

1. Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$\frac{2iz - 4}{z + 5i} = -1 + 2i,$$

rappresentare la soluzione nel piano complesso e di essa calcolare il modulo e un argomento.

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, calcolare

- gli autovalori λ di \mathbf{A} e trovare per ognuno di essi una base dell'autospazio di \mathbf{A} relativo a λ ;
- l'inversa \mathbf{A}^{-1} ;
- la matrice $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$;
- l'autovalore di modulo minimo di \mathbf{A}^{-10} .

3. Determinare i minimi e massimi relativi e i punti di flesso della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \ln x, \quad x > 0.$$

4. Calcolare gli integrali (a) $\int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-5x}} dx$, (b) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \operatorname{sen}(3x) dx$.

5. Si consideri la reazione $2\text{N}_2\text{O}_5 \longrightarrow 4\text{NO}_2 + \text{O}_2$. La concentrazione $x := [\text{N}_2\text{O}_5]$ dipende dal tempo t , cioè $x = x(t)$, ed è soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kx \\ x_0 = x(0), \end{cases}$$

dove $k = 8,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$.

- Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy (in modo esplicito).
 - Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \rightarrow +\infty$.
 - Dopo quante ore la concentrazione di N_2O_5 si riduce al 10% della concentrazione iniziale x_0 ?
6. Data la funzione $f(x, y) = e^{3-y^2} - x^3 + 3x$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$, calcolare
- i punti stazionari di f e classificarli;
 - $\iint_T f(x, y) dx dy$, dove $T \subset \mathbf{R}^2$ è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$.