

# Introduzione alla statistica

## Indici e quantili

Federico Plazzi

20 Giugno 2016

# Indici di tendenza centrale

Medie

# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media aritmetica

La media aritmetica è sicuramente il più noto tra gli indici di tendenza centrale: si tratta di sommare tutti i valori e di dividere per il loro numero.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

dove  $X_i$  è l' $i$ -esimo valore e  $n$  è il numero dei valori.

# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media geometrica

La media geometrica nasce come medio proporzionale tra due segmenti:

$$X_1 : \bar{X} = \bar{X} : X_2$$



$$\bar{X}^2 = X_1 \cdot X_2$$



$$\bar{X} = |\sqrt{X_1 \cdot X_2}| \tag{2}$$

# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media geometrica

La media geometrica nasce come medio proporzionale tra due segmenti:

$$X_1 : \bar{X} = \bar{X} : X_2$$



$$\bar{X}^2 = X_1 \cdot X_2$$



$$\bar{X} = |\sqrt{X_1 \cdot X_2}| \tag{2}$$

Generalizzando:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n X_i} \tag{3}$$

# Indici di tendenza centrale

Medie

Media armonica

$$\bar{X} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (4)$$

# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media armonica

$$\bar{X} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (4)$$

*Non è altro che l'inverso della media aritmetica degli inversi.*

# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media armonica

$$\bar{X} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (4)$$

*Non è altro che l'inverso della media aritmetica degli inversi.*

### Media ponderata

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n X_i \cdot w_i \quad (5)$$



# Indici di tendenza centrale

## Medie

### Media armonica

$$\bar{X} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (4)$$

*Non è altro che l'inverso della media aritmetica degli inversi.*

### Media ponderata

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n X_i \cdot w_i \quad (5)$$

*Di fatto, è come se ogni osservazione fosse replicata tante volte quante il suo peso.*

# Indici di tendenza centrale

Moda e mediana

# Indici di tendenza centrale

## Moda e mediana

### Moda

La *moda* è il valore più frequente in un insieme di valori.

# Indici di tendenza centrale

## Moda e mediana

### Moda

La *moda* è il valore più frequente in un insieme di valori.

### Mediana

La *mediana* di un insieme ordinato di valori è un numero fatto in modo che metà dei valori siano più piccoli e metà siano più grandi.

# Indici di dispersione

## Devianza

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (6)$$

# Indici di dispersione

## Devianza

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (6)$$

## Varianza

$$\sigma^2 = \frac{D}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (7)$$

# Indici di dispersione

## Devianza

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (6)$$

## Varianza

$$\sigma^2 = \frac{D}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (7)$$

## Deviazione standard (a.k.a. scarto quadratico medio)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{D}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} \quad (8)$$

# Quantili



# Quantili

Ogni serie di valori ordinata può essere divisa in *quantili*: per definizione, il quantile di ordine  $\alpha$  (con  $\alpha$  compreso tra 0 ed 1) è un numero fatto in modo che una quota di valori pari ad  $\alpha$  siano più piccoli ed una quota pari ad  $1 - \alpha$  siano più grandi.

# Quantili

Ogni serie di valori ordinata può essere divisa in *quantili*: per definizione, il quantile di ordine  $\alpha$  (con  $\alpha$  compreso tra 0 ed 1) è un numero fatto in modo che una quota di valori pari ad  $\alpha$  siano più piccoli ed una quota pari ad  $1 - \alpha$  siano più grandi.

- ▶ Per esempio, il quantile di ordine 0,25 (o *venticinquesimo percentile* o *primo quartile*) è un numero fatto in modo che il 25% dei nostri valori siano più piccoli.

# Quantili

Ogni serie di valori ordinata può essere divisa in *quantili*: per definizione, il quantile di ordine  $\alpha$  (con  $\alpha$  compreso tra 0 ed 1) è un numero fatto in modo che una quota di valori pari ad  $\alpha$  siano più piccoli ed una quota pari ad  $1 - \alpha$  siano più grandi.

- ▶ Per esempio, il quantile di ordine 0,25 (o *venticinquesimo percentile* o *primo quartile*) è un numero fatto in modo che il 25% dei nostri valori siano più piccoli.
- ▶ Il quantile di ordine 0,50 (o *cinquantesimo percentile* o *secondo quartile*) è un numero fatto in modo che il 50% dei nostri valori siano più piccoli.

# Quantili

Ogni serie di valori ordinata può essere divisa in *quantili*: per definizione, il quantile di ordine  $\alpha$  (con  $\alpha$  compreso tra 0 ed 1) è un numero fatto in modo che una quota di valori pari ad  $\alpha$  siano più piccoli ed una quota pari ad  $1 - \alpha$  siano più grandi.

- ▶ Per esempio, il quantile di ordine 0,25 (o *venticinquesimo percentile* o *primo quartile*) è un numero fatto in modo che il 25% dei nostri valori siano più piccoli.
- ▶ Il quantile di ordine 0,50 (o *cinquantesimo percentile* o *secondo quartile*) è un numero fatto in modo che il 50% dei nostri valori siano più piccoli.
- ▶ **La mediana, perciò, è il cinquantesimo percentile.**

# Quantili

Ogni serie di valori ordinata può essere divisa in *quantili*: per definizione, il quantile di ordine  $\alpha$  (con  $\alpha$  compreso tra 0 ed 1) è un numero fatto in modo che una quota di valori pari ad  $\alpha$  siano più piccoli ed una quota pari ad  $1 - \alpha$  siano più grandi.

- ▶ Per esempio, il quantile di ordine 0,25 (o *venticinquesimo percentile* o *primo quartile*) è un numero fatto in modo che il 25% dei nostri valori siano più piccoli.
- ▶ Il quantile di ordine 0,50 (o *cinquantesimo percentile* o *secondo quartile*) è un numero fatto in modo che il 50% dei nostri valori siano più piccoli.
- ▶ **La mediana, perciò, è il cinquantesimo percentile.**
- ▶ Il quantile di ordine 0,10 sarà il *decimo percentile* o *primo decile* e così via.