C.d.L. in Scienze naturali – Matematica 23. 11. 2014

1. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x+1} - 2, \quad x \neq -1,$
   (a) stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente;
   (b) determinare gli asintoti;
   (c) disegnare il grafico;
   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(0, -1)$.
2. Determinare i minimi e massimi relativi e i punti di flesso delle funzioni:
   (a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$; (b) $f(x) = 1 + \dfrac{x}{3} + \dfrac{3}{x}, \quad x \neq 0$;
   (c) $f(x) = \sqrt{x}\, \ln \dfrac{1}{x}, \quad x > 0$; (d) $f(x) = xe^{-x}$.
3. Calcolare gli integrali:
   (a) $\displaystyle\int_2^3 x^5\,dx$, (b) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} x^{-5}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x + \cos x)\,dx$
   (d) $\displaystyle\int_0^9 4\sqrt{x}\,dx$, (e) $\displaystyle\int_0^2 \frac{6x^2+4x+2}{\sqrt{x}}\,dx$, (f) $\displaystyle\int_1^e -\frac{1}{x}\,dx$.
4. Calcolare gli integrali indefiniti con il metodo di integrazione per parti:
   (a) $\displaystyle\int x \log_{10} x\,dx$, (b) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$, (c) $\displaystyle\int \sqrt{x}\ln x\,dx$, (d) $\displaystyle\int x2^x\,dx$.
5. Calcolare gli integrali: (a) $\displaystyle\int_{-e}^{-1} x^{-1}\,dx$, (b) $\displaystyle\int_2^3 (3x-5)^{-2}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}}\,dx$, (d) $\displaystyle\int_1^2 xe^{-x}\,dx$, (e) $\displaystyle\int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-5x}}\,dx$, (f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\operatorname{sen}(3x)\,dx$, (g) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{3+\cos x}\,dx$ (sost. $u = 3 + \cos x$), (h) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos x)^4 \operatorname{sen} x\,dx$ (sost. $u = 1 - \cos x$), (i) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\,dx$ (sost. $u = \sqrt{x+1}$), (k) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$ (per parti).
6. Calcolare l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico di $y = \operatorname{sen}(\frac{x}{3})$ e l'asse x, al variare di x nell'intervallo $[0, \pi]$.
7. Si trovi l'area limitata dalla parabola $y = 3 - x^2$ e dalla retta $y = -2x$ (disegno!).