C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 14/01/2015

Cognome: ____________________

Nome: ____________________

Matricola: ____________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Data la funzione $f(x) = x^3 \ln x, \quad x \in \mathbb{R},\ x > 0,$

   (a) determinare $\lim_{x \to 0^+} f(x) =$

   (applicare la regola di de l'Hospital: $f(x) = \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x^3}}$)

   (b) calcolare $f'(x) =$

   (c) calcolare $f''(x) =$

   (d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f:

   $x_0 =$, si tratta di un punto di

   (e) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto (e, e^3):

   (f) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale e:

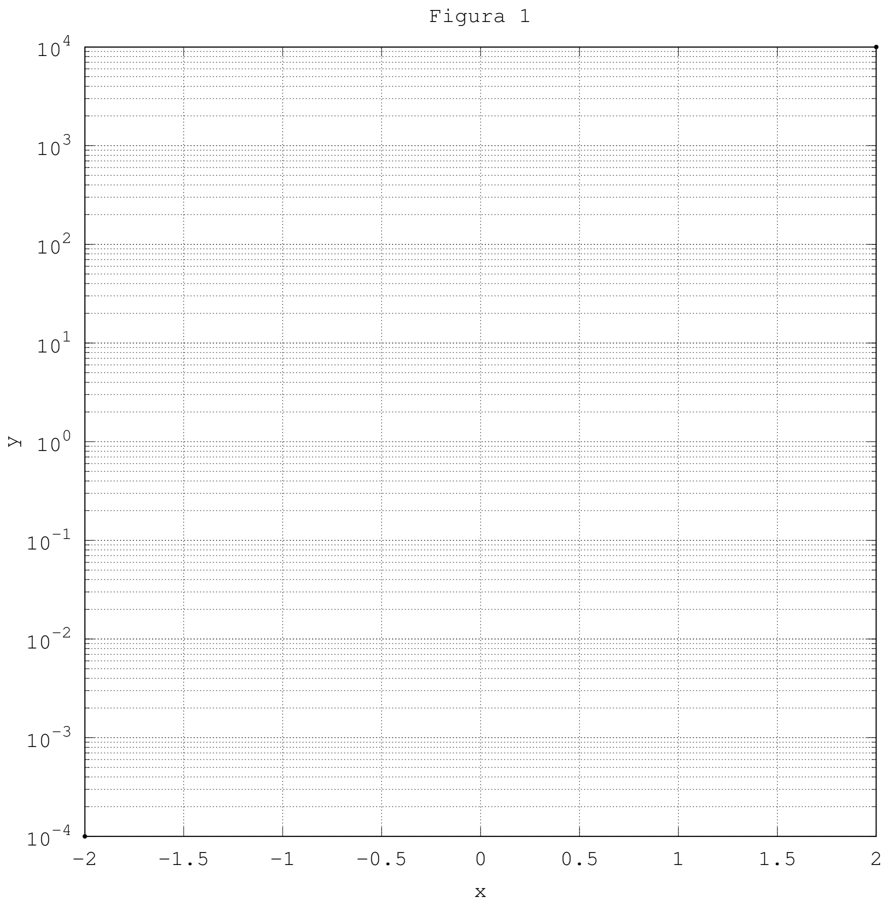
   (g) trovare gli intervalli di convessità/concavità e il punto di flesso di f:

   (h) calcolare $\int_1^e f(x)\, dx$ (integrazione per parti):

   $\int_1^e f(x)\, dx =$

(continua)

2. Disegnate i grafici delle funzioni $f(x) = 10^{-2x+1}$ e $g(x) = 2^{-2x+1}$ in scala semilogaritmica nel sistema di riferimento della figura 1.



3. La concentrazione $C = C(t)$ di un soluto in funzione del tempo t sia soluzione del seguente problema di Cauchy (omettendo le unità di misura):

$$\begin{cases} \dfrac{dC}{dt} = 4(80 - C) \\ C(0) = 20\,. \end{cases}$$

(a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.

$C(t) =$

(b) Si trovi il limite di $C(t)$ per $t \to +\infty$.

$\lim_{t \to +\infty} C(t) =$

(c) Usando la risposta di (a) e il valore $\ln(2) \approx 0,69$, si determini t in modo tale che $C(t) = 50$.

$t =$

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 14/01/2015

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Data la funzione $f(x) = x^4 \ln x, \quad x \in \mathbb{R},\ x > 0$,

   (a) determinare $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ $\boxed{}$

   (applicare la regola di de l'Hospital: $f(x) = \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x^4}}$)

   (b) calcolare $f'(x) =$ $\boxed{}$

   (c) calcolare $f''(x) =$ $\boxed{}$

   (d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f:

   $x_0 =$, si tratta di un punto di

   (e) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, 0)$:

   (f) calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale 1:

   (g) trovare gli intervalli di convessità/concavità e il punto di flesso di f:

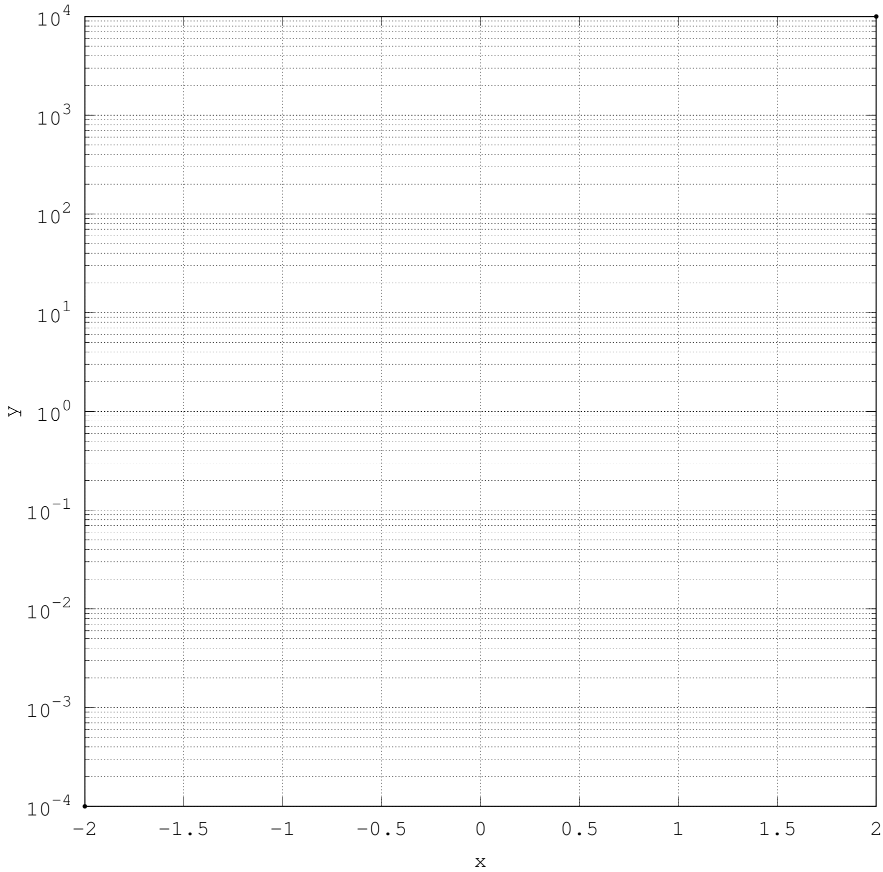
   (h) calcolare $\int_1^e f(x)\, dx$ (integrazione per parti):

   $\int_1^e f(x)\, dx =$ $\boxed{}$

(continua)

2. Disegnate i grafici delle funzioni $f(x) = 10^{2x+1}$ e $g(x) = 2^{2x+1}$ in scala semilogaritmica nel sistema di riferimento della figura 1.

Figura 1



3. La concentrazione $C = C(t)$ di un soluto in funzione del tempo t sia soluzione del seguente problema di Cauchy (omettendo le unità di misura):

$$\begin{cases} \dfrac{dC}{dt} = 2(40 - C) \\ C(0) = 20\,. \end{cases}$$

(a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.

$C(t) =$

(b) Si trovi il limite di $C(t)$ per $t \to +\infty$.

$\lim_{t \to +\infty} C(t) =$

(c) Usando la risposta di (a) e il valore $\ln(2) \approx 0,69$, si determini t in modo tale che $C(t) = 30$.

$t =$