

**C.d.L. in Scienze naturali**  
**Prova di Matematica del 09/07/2015**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quante password differenti di 8 caratteri si possono generare utilizzando un alfabeto di 26 lettere (solo minuscole)?  E se nelle password non è

possibile ripetere uno stesso carattere?

2. Date le matrici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & -1 \\ 5 & -9 & 9 & -3 \\ -3 & 8 & -5 & -4 \\ -2 & 6 & -3 & -5 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -9 & 1 \\ 5 & 1 \\ 11 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}$ ,

calcolare:

- (a) **tutte le soluzioni** (reali) del sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  con l'algoritmo di

Gauss-Jordan:  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} =$

- (b) (se ciò è possibile) (b)  $\mathbf{A}^{-1} =$

,  $\mathbf{AB} =$

3. Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  ( $x > 0$ ,  $x \neq 1$ ), calcolare:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

(applicare la regola di de l'Hospital:  $f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}$ )

(c)  $f'(x) =$

(d)  $f''(x) =$

(e) il punto stazionario  $x_0$  di  $f$  e classificarlo:

$x_0 =$  , si tratta di un punto di

(f) l'equazione della retta tangente al grafico della  $f$  nel punto  $(e, \frac{1}{e})$ :

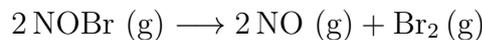
(g) il polinomio di Taylor della  $f$  di grado 2 e di centro  $e$ :

(h) gli intervalli di convessità della  $f$ :

(i)  $\int_e^{e^2} f(x) dx =$    
(integrazione per sostituzione:  $t = \ln x$ ).

4.  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}} \cos(2x+1) dx =$

5. Nella reazione chimica



la concentrazione  $x$  di NOBr in funzione del tempo  $t$  è soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kx^2 \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

dove  $k$  è una costante positiva ed  $x_0$  la concentrazione iniziale di NOBr. A una temperatura di  $10^\circ\text{C}$  si ha  $k = 0,810 \text{ M}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

(a) Si calcoli la soluzione  $x(t)$  del problema di Cauchy.

$x(t) =$

(b) Si calcoli la concentrazione di NOBr dopo 15 minuti dall'inizio della reazione a  $10^\circ\text{C}$ , quando la concentrazione iniziale era di  $4,0 \cdot 10^{-3}\text{M}$ .

(c) Dopo quanti minuti la concentrazione iniziale di NOBr sarà dimezzata?

Dipende il tempo

di dimezzamento dalla concentrazione iniziale? Sì:  No: