

**C.d.L. in Scienze naturali**  
**Prova di Matematica del 10/02/2016**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si considerino l'insieme  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e le funzioni  $f: A \rightarrow A$ . Quante sono?

Quante di esse sono iniettive?

Quante sono le  $f$  tali che  $\{a \in A \mid f(a) = 1\}$  contenga esattamente due elementi?

2. Data la funzione  $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ), calcolare:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$    
(applicare la regola di de l'Hospital)

(b)  $f'(x) =$

(c)  $f''(x) =$

- (d) i punti stazionari di  $f$  e classificarli:

- (e) l'equazione della retta tangente al grafico della  $f$  nel punto  $(0, 1)$ :

- (f) il polinomio di Taylor della  $f$  di grado 2 e di centro 0:

- (g) i punti di flesso della  $f$ :

(h)  $\int_{-1}^0 f(x)dx =$

(integrazione per parti).

3.  $\int_1^8 \frac{x^3 + 3}{3\sqrt[3]{x^2}} dx =$

4. Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{e^{y^2}}{2x^3y} \\ y(1) = -\sqrt{\ln 2}. \end{cases}$$

$y(x) =$   dominio:

5. Date le matrici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 & 5 \\ 3 & -8 & 9 & -7 \\ -2 & 8 & -3 & 6 \\ 0 & 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -4 & 25 \\ -1 & 4 \\ 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,

(a) calcolare la soluzione del sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  con l'algoritmo di Gauss-

Jordan:  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} =$  ,

(b) calcolare (se ciò è possibile)  $\mathbf{AB} =$  ,  $\mathbf{BA} =$  ,

(c) dire se  $\mathbf{A}$  è invertibile e giustificare la risposta:

.