

**C.d.L. in Scienze naturali**  
**Prova di Matematica del 18/07/2016**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti diversi risultati  $CCCCCCCC$ ,  $CCCCCCCT$ ,  $CCCCCCTC$ , ... si possono avere su 8 lanci di una moneta? ( $C$  = croce,  $T$  = testa)

Quanti di tali risultati contengono  $T$  esattamente 4 volte?

Quanti di tali risultati contengono  $T$  almeno 4 volte?

2. Data la funzione  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ ,  $x > 0$ , calcolare:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$    
(applicare la regola di de l'Hospital)

(b)  $f'(x) =$

(c)  $f''(x) =$

- (d) i punti stazionari di  $f$  e classificarli:

- (e) l'equazione della retta tangente al grafico della  $f$  nel punto  $(e, \frac{1}{e})$ :

- (f) il polinomio di Taylor della  $f$  di grado 2 e di centro  $e$ :

- (g) le ascisse dei punti di flesso della  $f$ :

(h)  $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx =$

(integrazione per sostituzione:  $t = \ln x$ ).

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{4}{\pi} + \sin(2x) \right) dx =$

4. Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 2xy^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

$y(x) =$   dominio:

5. Date le matrici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & -8 & 9 \\ 2 & -5 & 7 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -32 & -11 \\ -11 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \\ -9 \end{bmatrix}$ ,

(a) risolvere il sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  con l'algoritmo di Gauss-Jordan:  $\mathbf{x} =$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$  ,

(b) calcolare (se ciò è possibile)  $\mathbf{AB} =$  ,  $\mathbf{B}^T \mathbf{A} =$  ,

(c) dire se  $\mathbf{A}$  è invertibile e giustificare la risposta:

.