

1. Un comune foglio di carta ha uno spessore di circa 0,072 mm. Se il foglio venisse piegato una prima volta in due, poi il foglio ripiegato piegato di nuovo in due, poi una terza volta e così via, 42 volte in totale, quale sarebbe lo spessore raggiunto (in km)?
2. Si ricordi che il  $pH$  di una soluzione acquosa sufficientemente diluita è stato definito da Sørensen come  $pH = -\log_{10}([\text{H}_3\text{O}^+] \text{ dm}^3/\text{mol})$ , dove  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  indica la concentrazione di  $\text{H}_3\text{O}^+$ .
  - (a) Calcolare il  $pH$  di una soluzione  $2,0 \cdot 10^{-3} M$  di  $\text{HCl}$  ( $M = \text{mol}/\text{dm}^3$ ).
  - (b) Il  $pH$  di una soluzione è 9,67, quello di un'altra 8,67. Calcolare in entrambi i casi la concentrazione di  $\text{H}_3\text{O}^+$ .
3. In determinate condizioni, il numero di un certo tipo di batteri triplica ogni due giorni. Se la crescita è esponenziale, qual è l'aumento percentuale dopo 6 ore? E dopo 18 ore?
4. Si stima che la popolazione mondiale, attualmente di circa 7 miliardi di individui, aumenti dell'1,1% all'anno. Supponendo che il tasso di crescita rimanga invariato nel tempo, calcolare entro quanti anni la popolazione raddoppierà, quadruplicherà, decuplicherà.
5. Il carbonio isotopo  $^{14}\text{C}$  è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento (emivita, semiperiodo) di 5730 anni.
  - (a) Siano presenti inizialmente  $N_0$  atomi di  $^{14}\text{C}$ . Determinare la costante di decadimento  $\lambda$  (in  $\text{anno}^{-1}$ ) in modo tale che il numero  $N$  degli atomi presenti dopo  $t$  anni sia approssimativamente  $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ .
  - (b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di  $^{14}\text{C}$  annualmente?
  - (c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di  $^{14}\text{C}$  si riduca al 12,5% della quantità iniziale.
6. (Abate, Esercizio 5.21) Per ciascuna delle funzioni seguenti, determinane l'immagine, stabilisci se è iniettiva e, in tal caso, trova la funzione inversa:
  - (a)  $f_1(x) = 5e^{4x}$ ;
  - (b)  $f_2(x) = 3 + e^{x+2}$ ;
  - (c)  $f_3(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ .
7. (Abate, Esercizio 5.22) Risolvi le seguenti equazioni:
  - (a)  $2^{3x+1} = 4$ ;
  - (b)  $\log_3 x^2 - \log_3(2x) = 2$ ;
  - (c)  $\log_3 5 + \log_3 7 = \log_3 x$ ;
  - (d)  $\log_4 x + \log_4(x - 5) = 2$ ;
  - (e)  $-\log_3 6 + \log_3 8 = \log_3 x$ ;
  - (f)  $-\log_5(x - 3) + \log_5(x + 2) = 5$ .