C.d.L. in Scienze naturali – Matematica 15. 12. 2016

1. Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor della funzione
$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7x + 1$$
prendendo come punto iniziale $x_0 = 2$.

   N.B.: Le derivate di ordine 5 e maggiore della f sono identicamente zero, cioè il polinomio di Taylor di grado 4 è già la serie di Taylor.

2. Calcolare gli integrali:

   (a) $\displaystyle\int_2^3 x^5\,dx$, (b) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} x^{-5}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x + \cos x)\,dx$

   (d) $\displaystyle\int_0^9 4\sqrt{x}\,dx$, (e) $\displaystyle\int_0^2 \frac{6x^2+4x+2}{\sqrt{x}}\,dx$, (f) $\displaystyle\int_1^e -\frac{1}{x}\,dx$.

3. Calcolare gli integrali indefiniti con il metodo di integrazione per parti:

   (a) $\displaystyle\int x\log_{10} x\,dx$, (b) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$, (c) $\displaystyle\int \sqrt{x}\,\ln x\,dx$, (d) $\displaystyle\int x\,2^x\,dx$.

4. Calcolare gli integrali: (a) $\displaystyle\int_{-e}^{-1} x^{-1}\,dx$, (b) $\displaystyle\int_2^3 (3x-5)^{-2}\,dx$, (c) $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}}\,dx$,
(d) $\displaystyle\int_1^2 xe^{-x}\,dx$, (e) $\displaystyle\int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-5x}}\,dx$, (f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\operatorname{sen}(3x)\,dx$, (g) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{3+\cos x}\,dx$
(sost. $u = 3+\cos x$), (h) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos x)^4 \operatorname{sen} x\,dx$ (sost. $u = 1-\cos x$),
(i) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\,dx$ (sost. $u = \sqrt{x+1}$), (k) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$ (per parti).

5. Calcolare l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico di $y = \operatorname{sen}(\frac{x}{3})$ e l'asse x, al variare di x nell'intervallo $[0, \pi]$.

6. Si trovi l'area limitata dalla parabola $y = 3 - x^2$ e dalla retta $y = -2x$ (disegno!).

7. Dire quale dei integrali è più grande e calcolarli: $\displaystyle\left|\int_{-4}^2 x\,dx\right|$, $\displaystyle\int_{-4}^2 |x|\,dx$.