C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 17/01/2017

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

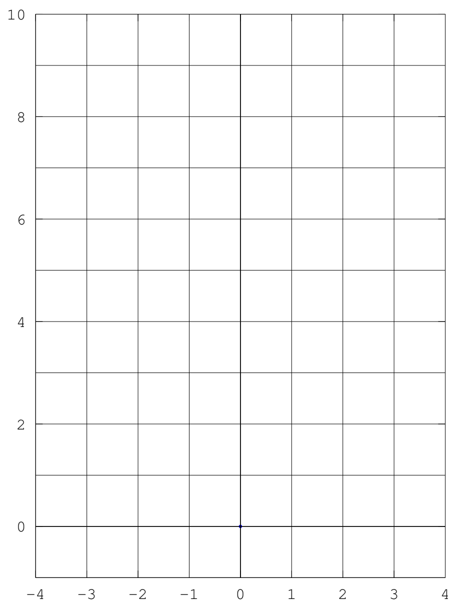
1. Data la funzione $f(x) = \left(1 - e^{-3(x-1)}\right)^2$, $x \in \mathbb{R}$, calcolare

   (a) $f'(x) =$

   (b) $f''(x) =$

   (c) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 1:

2. Determinare la misura (non negativa) dell'area della parte di piano delimitata dalla parabola di equazione $y = 9 - x^2$ e dalla retta di equazione $y = -x + 7$. Si faccia un disegno:



3. Calcolare

(a) $\displaystyle\int_{-12}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\, dx =$ $\boxed{}$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} x \operatorname{sen}(3x)\, dx =$ $\boxed{}$

(c) $\displaystyle\int_{-2}^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}}\, dx =$ $\boxed{}$

(d) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{3+\cos x}\, dx =$ $\boxed{}$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = y(2-y) \\ y(0) = \frac{1}{2}\,, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = y(2-y) \\ y(0) = -1\,. \end{cases}$

Suggerimento: Per l'integrazione si noti che $\frac{1}{y(2-y)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2-y}\right)$.

$y(x) =$	$y(x) =$

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -8 & -11 \\ -7 & -10 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

(a) risolvere il sistema lineare $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan: $\mathbf{x} =$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$ $\boxed{}$,

(b) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$ $\boxed{}$, $\mathbf{B}^T\mathbf{A} =$ $\boxed{}$,

(c) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{A}^{-1} =$ $\boxed{}$.

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 17/01/2017

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

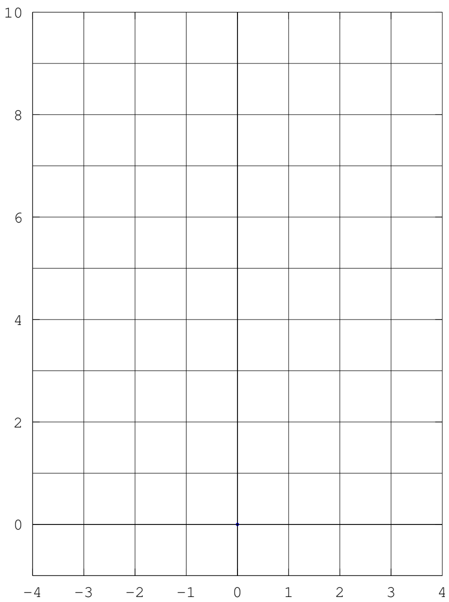
1. Data la funzione $f(x) = \left(1 - e^{-4(x-2)}\right)^2$, $x \in \mathbb{R}$, calcolare

   (a) $f'(x) =$

   (b) $f''(x) =$

   (c) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 2:

2. Determinare la misura (non negativa) dell'area della parte di piano delimitata dalla parabola di equazione $y = x^2$ e dalla retta di equazione $y = -x + 6$. Si faccia un disegno:



3. Calcolare

(a) $\displaystyle\int_{-5}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-3x}}\, dx =$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} x\cos(3x)\, dx =$

(c) $\displaystyle\int_{-3}^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}}\, dx =$

(d) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{2+\cos x}\, dx =$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = y(3-y) \\ y(0) = 1\,, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = y(3-y) \\ y(0) = -1\,. \end{cases}$

Suggerimento: Per l'integrazione si noti che $\frac{1}{y(3-y)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{3-y}\right)$.

$y(x) =$ $y(x) =$

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 1 & -1 \\ -7 & 9 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$

(a) risolvere il sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan: $\mathbf{x} =$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$,

(b) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$, $\mathbf{B}^T\mathbf{A} =$,

(c) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{A}^{-1} =$.

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 17/01/2017

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

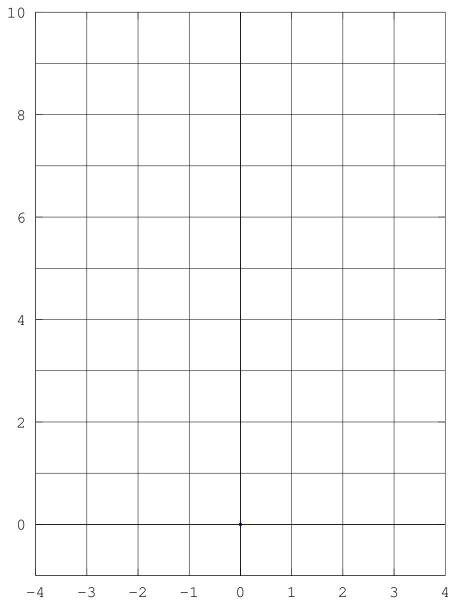
1. Data la funzione $f(x) = \left(1 - e^{-2(x-3)}\right)^2$, $x \in \mathbb{R}$, calcolare

   (a) $f'(x) =$

   (b) $f''(x) =$

   (c) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 3:

2. Determinare la misura (non negativa) dell'area della parte di piano delimitata dalla parabola di equazione $y = x^2$ e dalla retta di equazione $y = 2x + 3$. Si faccia un disegno:



3. Calcolare

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\,dx =$ $\boxed{}$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} x\,\mathrm{sen}(2x)\,dx =$ $\boxed{}$

(c) $\displaystyle\int_{-4}^{+\infty} e^{-\frac{x}{4}}\,dx =$ $\boxed{}$

(d) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \frac{\cos x}{3+\mathrm{sen}\,x}\,dx =$ $\boxed{}$

4. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ dei seguenti problemi di Cauchy:

(a) $\begin{cases} y' = y(4-y) \\ y(0) = 1\,, \end{cases}$ (b) $\begin{cases} y' = y(4-y) \\ y(0) = -1\,. \end{cases}$

Suggerimento: Per l'integrazione si noti che $\frac{1}{y(4-y)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{4-y}\right)$.

$y(x) =$	$y(x) =$

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 16 & -11 \\ -7 & 5 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$,

(a) risolvere il sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan: $\mathbf{x} =$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$ $\boxed{}$,

(b) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{AB} =$ $\boxed{}$, $\mathbf{B}^T\mathbf{A} =$ $\boxed{}$,

(c) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{A}^{-1} =$ $\boxed{}$.