

**C.d.L. in Scienze naturali**  
**Prova di Matematica del 16/06/2017**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Dato un insieme di 22 elementi, quanti sottoinsiemi di 19 elementi si possono formare?

Quante sono le possibili funzioni  $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ ?

Quante di tali funzioni sono iniettive?

2. Date le matrici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ , calcolare

(a) la soluzione del sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \text{, (b) } \mathbf{A}^{-1} = \text{,$$

(c) (se ciò è possibile)  $\mathbf{b}^T \mathbf{b} = \text{,$  dove  $\mathbf{b}^T$  è il trasposto di  $\mathbf{b}$ ,

(d) (se ciò è possibile)  $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \text{.$

3. Data la funzione  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ), calcolare:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(b)  $f'(x) =$

(c)  $f''(x) =$

(d) i punti stazionari di  $f$  e classificarli:

(e) l'equazione della retta tangente al grafico della  $f$  nel punto  $(1, \frac{1}{\sqrt{e}})$ :

(f) i punti di flesso della  $f$ :

(g) il polinomio di Taylor della  $f$  di grado 2 e di centro 0:

(h)  $\int_0^{+\infty} x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx =$

(integrazione per sostituzione  $t = -\frac{1}{2}x^2$ ).

4.  $\int_0^2 \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{2x}} dx =$

5.  $\int_0^\pi \left( \frac{2}{\pi} + \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx =$

6. Calcolare la soluzione  $y = y(x)$  del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = (xy)^2 \\ y(1) = -3. \end{cases}$$

$y(x) =$

dominio: