

C.d.L. in Scienze naturali
Prova di Matematica del 16/06/2017

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Dato un insieme di 22 elementi, quanti sottoinsiemi di 19 elementi si possono formare?

Quante sono le possibili funzioni $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$?

Quante di tali funzioni sono iniettive?

2. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \text{, (b) } \mathbf{A}^{-1} = \text{,}$$

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{b}^T \mathbf{b} = \text{, dove } \mathbf{b}^T \text{ è il trasposto di } \mathbf{b},$

(d) (se ciò è possibile) $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \text{.$

3. Data la funzione $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ ($x \in \mathbf{R}$), calcolare:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(b) $f'(x) =$

(c) $f''(x) =$

(d) i punti stazionari di f e classificarli:

(e) l'equazione della retta tangente al grafico della f nel punto $\left(1, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$:

(f) i punti di flesso della f :

(g) il polinomio di Taylor della f di grado 2 e di centro 0:

(h) $\int_0^{+\infty} x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx =$

(integrazione per sostituzione $t = -\frac{1}{2}x^2$).

4. $\int_0^2 \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{2x}} dx =$

5. $\int_0^\pi \left(\frac{2}{\pi} + \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx =$

6. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = (xy)^2 \\ y(1) = -3. \end{cases}$$

$y(x) =$

dominio: