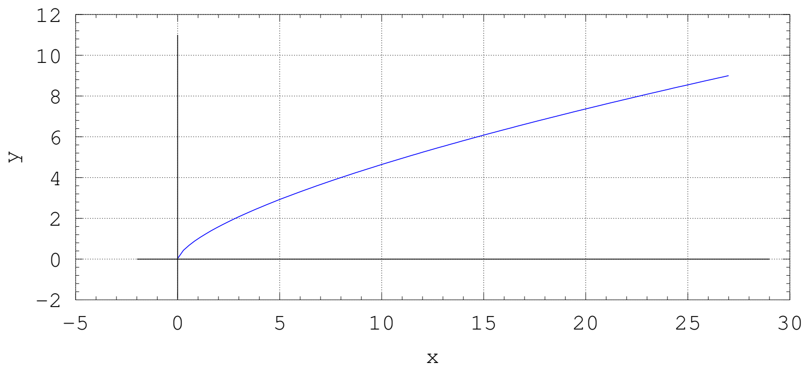
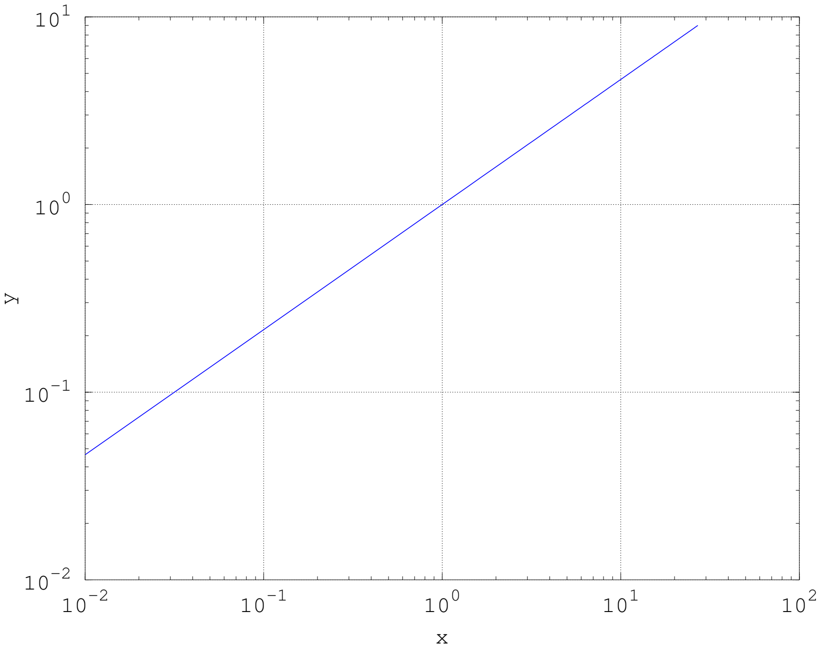
C.d.L. in Scienze naturali – Matematica 9. 11. 2014

1. Determinare il dominio della funzione $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - 1$. Dire se la funzione è pari o dispari. Per quali valori di x il grafico della funzione si trova nel III quadrante?
   $f(x) = (\sqrt[3]{x})^2 - 1$, $x \in \mathbf{R}$, pari, $(x, f(x)) \in$ III quadrante $\Leftrightarrow x < 0, f(x) = (\sqrt[3]{x})^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 0$ e $(\sqrt[3]{x})^2 < 1 \Leftrightarrow x < 0$ e $|\sqrt[3]{x}| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 0$

2. Disegnare il grafico della funzione $g(x) = x^{\frac{2}{3}}$ $(x > 0)$ in scala logaritmica (su entrambi gli assi). È ragionevole rappresentare $f(x) = g(x) - 1$ in scala logaritmica? $\log g(x) = \frac{2}{3} \log x$, cioè $\log g(x)$ è proporzionale a $\log x$ e quindi la sua rappresentazione logaritmica è una retta; $\log f(x) = \log(x^{\frac{2}{3}} - 1)$ non si semplifica, la rappresentazione logaritmica non è consigliabile





3. Esprimere i seguenti angoli in radianti: (a) 135°; (b) −90°; (c) 40°; (d) 80°.
   (a) $\frac{3}{4}\pi = 2,356$; (b) $-\frac{\pi}{2} = -1,571$;(c) $\frac{2}{9}\pi = 0,698$; (d) $\frac{4}{9}\pi = 1,396$.

4. Esprimere i seguenti angoli in gradi: (a) 0, 25 rad; (b) 0, 5 rad; (c) $-\pi$ rad.
   (a) $\frac{45}{\pi}^\circ = 14,3°$; (b) $\frac{90}{\pi}^\circ = 28,6°$; (c) $-180°$.

5. Determina i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che:

   (a) $\cos\alpha = -1/2$; (b) $\operatorname{sen}\alpha = -\sqrt{3}/2$; (c) $\operatorname{sen}(2\alpha) = 1/\sqrt{2}$.

   (a) $\pm\frac{2}{3}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$; (b) $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$ e $\frac{4}{3}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$;
   (c) $\frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$ e $\frac{3}{8}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$.

6. Determina i seguenti valori:

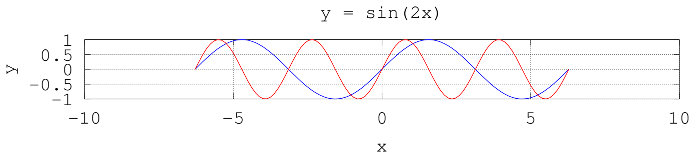
   (a) $\arccos(-1/2)$; (b) $\arcsin(-\sqrt{3}/2)$; (c) $\frac{1}{2}\arcsin(1/\sqrt{2})$.

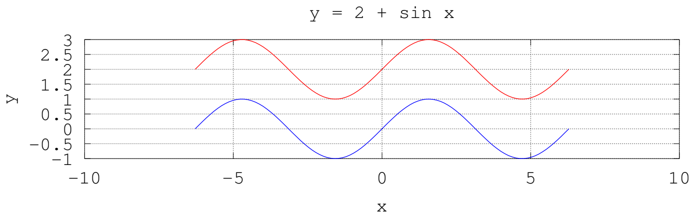
   (a) $\frac{2}{3}\pi$; (b) $-\frac{\pi}{3}$; (c) $\frac{\pi}{8}$.

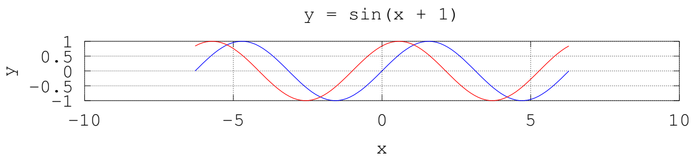
7. Una forza costante di 20 N è applicata ad un corpo che si sposta lungo un tratto rettilineo lungo 80 m. Calcolare il lavoro della forza se forza e spostamento formano un angolo di 60°. $20 \times 80 \times \cos(60°)$ Nm= 800 Nm= 800 J

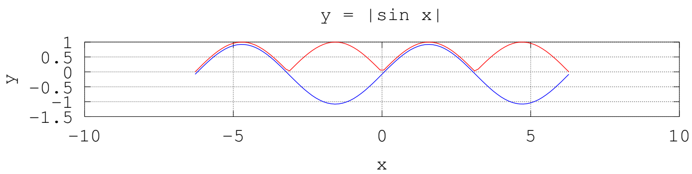
8. Disegnate il grafico di ognuna delle seguenti funzioni assieme al grafico di $y = \operatorname{sen} x$, $-2\pi \leq x \leq 2\pi$. (Usate per ognuna delle 8 funzioni un nuovo sistema di riferimento.)

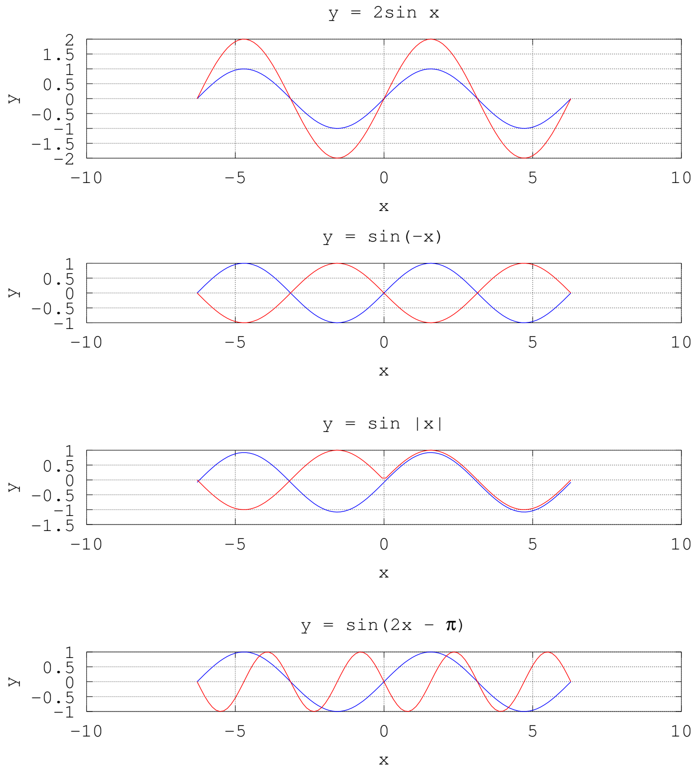
$$
\begin{array}{ll}
y = \operatorname{sen} 2x & y = 2\operatorname{sen} x \\
y = 2 + \operatorname{sen} x & y = \operatorname{sen}(-x) \\
y = \operatorname{sen}(x+1) & y = \operatorname{sen}|x| \\
y = |\operatorname{sen} x| & y = \operatorname{sen}(2x - \pi).
\end{array}
$$











9. Siano $a, b, c \in \mathbf{R}$ costanti positive ($e = 2,7\ldots$). Trovare i limite delle seguenti funzioni per $t \to +\infty$:

   (a) $f(t) = \dfrac{a}{1 + be^{-ct}}$ (funzione logistica di crescita),

   da $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{-t} = 0$ segue che $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = a$

   (b) $f(t) = a\left(1 + \dfrac{b-a}{a - be^{c(b-a)t}}\right)$ (funzione della cinetica chimica).

   Suggerimento: distinguere i casi $a > b$ e $a < b$.

   se $a > b \Rightarrow b - a < 0 \Rightarrow \lim_{t\to+\infty} be^{c(b-a)t} = 0$

   $\Rightarrow \lim_{t\to+\infty} f(t) = a\left(1 + \frac{b-a}{a}\right) = b;$

   se $a = b$, la f di sopra non è definita;

   se $a < b \Rightarrow b - a > 0 \Rightarrow \lim\limits_{t\to+\infty} be^{c(b-a)t} = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = a(1+0) = a$