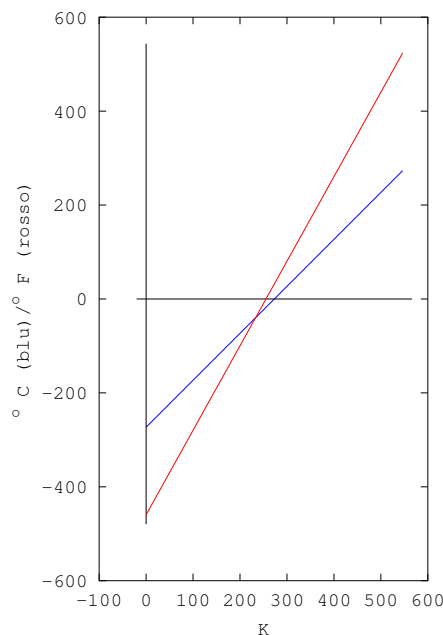


1. Si considerino le funzioni da $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ a $\{1, 2, 3, 4\}$.
- Quante sono? $4^5 = (2^2)^5 = 2^{10} = 1024$
 - Quante di esse sono iniettive? 0
 - Quante di esse sono suriettive? $\binom{5}{2} \cdot 4! = 240$
 Spiegazione: Ogni funzione suriettiva manda qualche coppia di elementi di $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ sullo stesso elemento di $\{1, 2, 3, 4\}$. Ci sono $\binom{5}{2} = 10$ tali coppie di elementi. Data una coppia $\{i, j\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$, ci sono $4! = 24$ funzioni suriettive f tali che $f(i) = f(j)$. Ne segue che complessivamente ci sono $10 \cdot 24 = 240$ funzioni suriettive.
2. Le scale di temperatura Celsius, Kelvin e Fahrenheit sono scale lineari tali che $0 \text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$ (zero assoluto), $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F} = 273.15 \text{ K}$ e $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$.
- Se T_C, T_K, T_F indicano la temperatura nelle scale Celsius, Kelvin e Fahrenheit rispettivamente, scrivere la funzione $T_F = f_{FC}(T_C)$ che traduce gradi Celsius in gradi Fahrenheit, la funzione $T_C = f_{CK}(T_K)$ che traduce kelvin in gradi Celsius e specificare il dominio di queste funzioni.
 Il grafico di f_{FC} è una retta passante per i punti $(0, 32)$ e $(100, 212)$. Ne segue: $T_F = f_{FC}(T_C) = \frac{212-32}{100-0}T_C + 32 = \frac{9}{5}T_C + 32$, dominio: $T_C \geq -273.15$.
 Il grafico di f_{CK} è una retta passante per i punti $(0, -273.15)$ e $(273.15, 0)$. Ne segue: $T_C = f_{CK}(T_K) = T_K - 273.15$, dominio: $T_K \geq 0$.
 - Tra i punti $(0, 273.15)$ e $(273.15, 0)$, quale appartiene al grafico di f_{CK} ? solo il secondo
 - Qual è la funzione inversa di f_{FC} e qual è il suo dominio?
 $f_{FC}^{-1}(T_F) = T_C = \frac{5}{9}T_F - \frac{160}{9}$, dominio: $T_F \geq -\frac{9}{5} \times 273.15 + 32 = -459.67$
 - Scrivere la funzione composta $f_{FK} := f_{FC} \circ f_{CK}$.
 $f_{FK} = T_F = \frac{9}{5}(T_K - 273.15) + 32 = \frac{9}{5}T_K - 459.67$, dominio: $T_K \geq 0$
 - Disegnare nello stesso sistema di riferimento i grafici di f_{CK} e f_{FK} .



(f) Per quale temperatura i valori delle scale Celsius e Fahrenheit coincidono?

$$T_F = f_{FC}(T_C) = T_C =: T \Rightarrow T = \frac{9}{5}T + 32 \Rightarrow T = -40$$

3. Trovare le funzioni inverse (se esistono) delle seguenti funzioni:

(a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y = f(x) = 2x + 2, \quad f^{-1}(y) = \frac{1}{2}y - 1$

(b) $f: \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} \rightarrow \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}, \quad y = f(x) = x^2, \quad f^{-1}(y) = -\sqrt{y}$

(c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}, \quad y = f(x) = |x|, \quad f \text{ non è invertibile.}$

(d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad y = f(x) = \max\{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$ (parte intera), f non è invertibile.

(e) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad y = f(x) = \frac{1}{x}, \quad f^{-1}(y) = \frac{1}{y}$

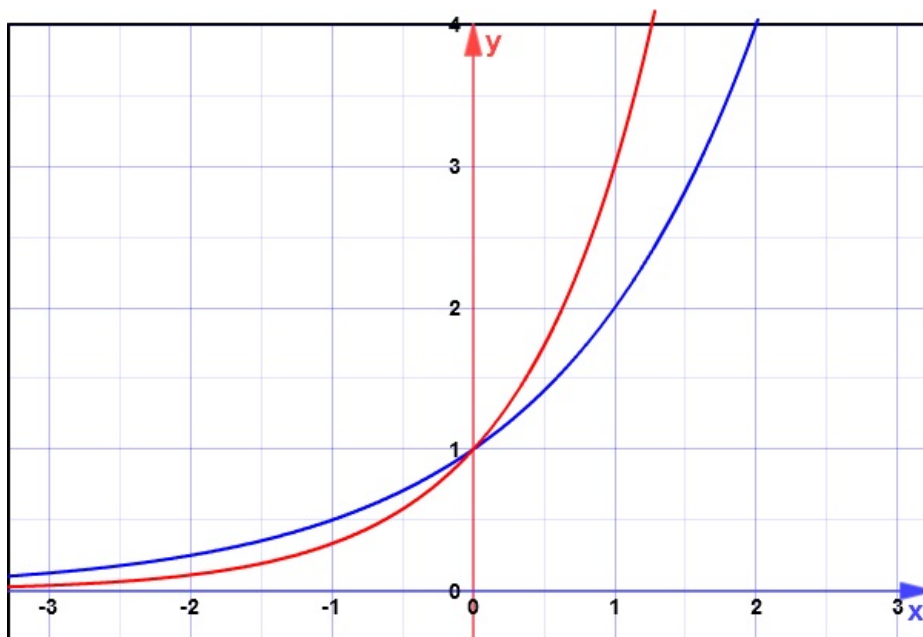
(f) $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}, \quad y = f(x) = \frac{2x+3}{x-2}, \quad f^{-1}(y) = \frac{2y+3}{y-2}$

4. Calcolate i valori delle funzioni $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 3^x$ per

$$x \in \{-3, -2, -1, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}.$$

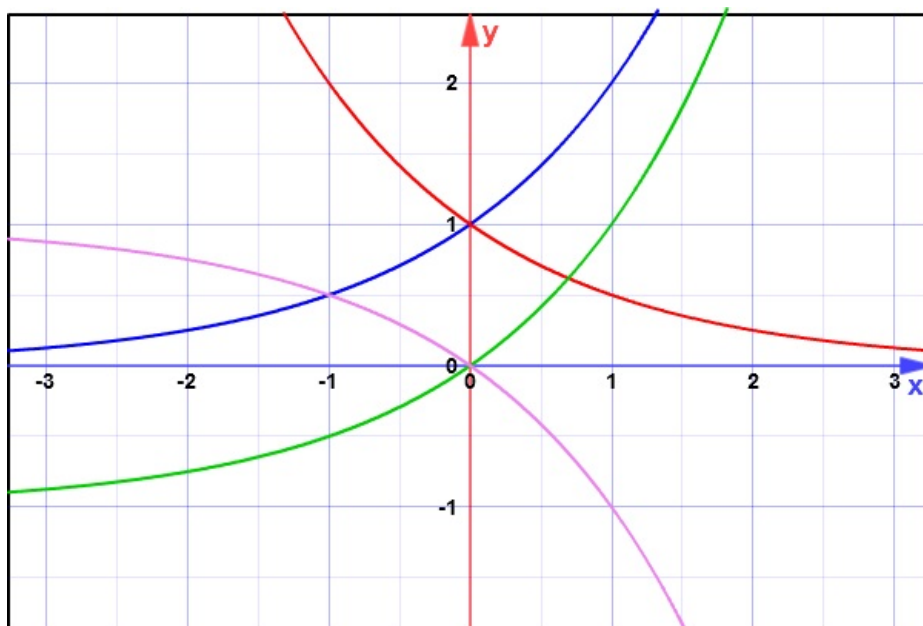
Disegnate i grafici di f e g nello stesso sistema di riferimento.

x	-3	-2	-1	0	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	0.125	0.25	0.5	1	$\sqrt{2} \approx 1.4$	2	$\sqrt{8} \approx 2.8$	4
$g(x)$	$\frac{1}{27} \approx 0.04$	$\frac{1}{9} \approx 0.1$	$\frac{1}{3} \approx 0.3$	1	$\sqrt{3} \approx 1.7$	3	$\sqrt{27} \approx 5.2$	9

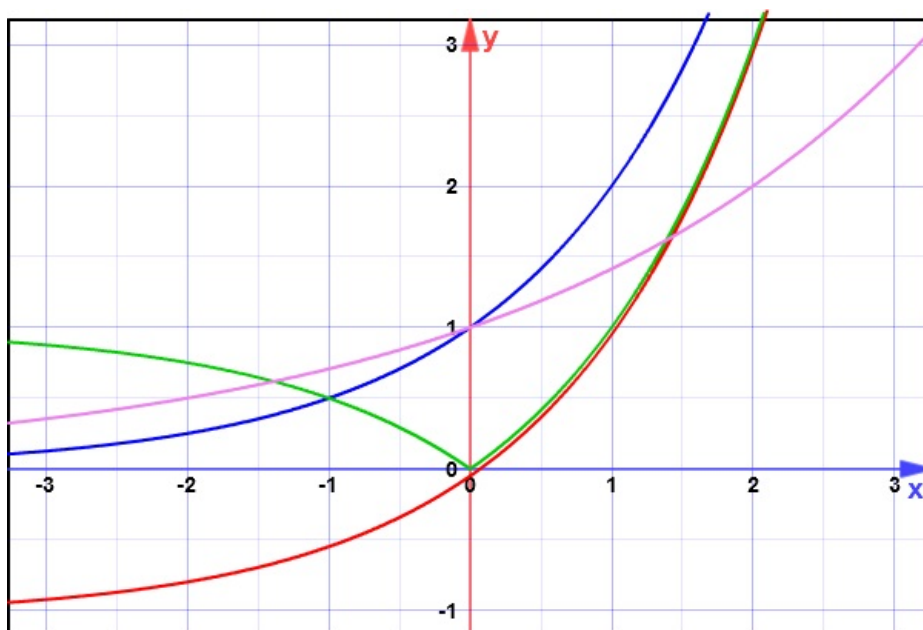


5. Utilizzando il grafico di $f(x) = 2^x$, disegnare i grafici di

$$y_1 = 2^{-x}, \quad y_2 = 2^x - 1, \quad y_3 = 1 - 2^x, \quad y_4 = |2^x - 1|, \quad y_5 = 2^{\frac{x}{2}}.$$



$$y = 2^x, \quad y_3 = 1 - 2^x, \quad y_4 = |2^x - 1|, \quad y_5 = 2^{\frac{x}{2}}.$$



6. Calcolate con la calcolatrice $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ per $n = 10^7$ e per $n = -10^7$ e confrontate i risultati con il numero e di Nepero/Eulero.

2.71828169398 e 2.71828196329 rispettivamente; confronto con e :

$$\left(1 + \frac{1}{10^7}\right)^{10^7} - e = -0.000000134478672642 \approx 1.3 \times 10^{-7}$$

$$\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{-10^7} - e = 0.000000134833857413 \approx 1.3 \times 10^{-7}$$