

1. Una popolazione Malthusiana ha un tasso di natalità del 2,5% e un tasso di mortalità pari al 2.9%.
 - a) Quanti anni impiega la popolazione per ridursi a un quarto del numero iniziale ?
 - b) Quale sarà il comportamento asintotico della popolazione ?
2. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$,
 - a) determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia 7, il valore massimo sia $y = 0$, ottenuto per $x = 1$, e il valore minimo sia $y = -5$.
 - b) Per quali valori della x la funzione trovata assume il valore minimo ?
3. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi): $\log_{10}(10^x(x^2 - 3)) - x$.
4. Supponiamo di estrarre una carta da un mazzo di 40 carte (senza figure).
 - a) Determinare la probabilità di ottenere una carta nera pari.
 - b) Determinare la probabilità di ottenere una carta rossa e dispari di fiori.
 - c) Gli eventi "esce una carta nera pari" e "esce una carta di fiori" sono indipendenti ? Giustificare la risposta usando la probabilità condizionata.
5. Per un test diagnostico T , per una certa malattia M , si ha che $P(T^+|M^+) = 92\%$ (probabilità di un vero positivo), mentre $P(T^+|M^-) = 5\%$ (probabilità di un falso positivo). La prevalenza della malattia (ossia la frequenza relativa della malattia nella popolazione) è pari al 7%.
 - a) Se scegliamo 4 individui in modo indipendente, quale è la probabilità che esattamente 2 di questi siano malati ?
 - b) Determinare la probabilità che un individuo positivo al test sia effettivamente malato (Suggerimento: usare il teorema di Bayes e la legge delle alternative).
6. (Solo studenti del primo anno) Il tempo di attesa per essere serviti al banco di una farmacia è una variabile casuale distribuita in modo esponenziale con media $m = 3$ minuti.
 - a) Calcolare la probabilità che un cliente debba attendere un tempo superiore a 6 minuti.
 - b) Su un totale di 200 clienti, quanti, in media, dovranno attendere un tempo superiore a 6 minuti ?
7. Il risultato della misura del contenuto attivo di una pillola di un certo medicinale è distribuito normalmente, con media $\mu = 500$ mg. e deviazione standard $\sigma = 80$ mg. In un lotto di 10000 pillole, quante ci possiamo aspettare, in media, avranno un contenuto inferiore a 400 mg. ? (Facoltativo) Quale è l'ordine di grandezza dell'errore che commettiamo assumendo questo valore atteso come frequenza assoluta ?