

1. Una popolazione Malthusiana ha un tasso di natalità del 4% e un tasso di mortalità pari al 5.5%.
 - a) Quanti anni impiega la popolazione per dimezzarsi ?
 - b) Quale sarà il comportamento asintotico della popolazione ?
2. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$,
 - a) determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia 9, il valore massimo sia $y = 3$, ottenuto per $x = 4$, e il valore minimo sia $y = -1$.
 - b) Per quali valori della x la funzione trovata assume il valore minimo ?
3. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi): $\frac{((2x)^4)^3}{16x}$
4. Consideriamo l'estrazione, *senza* reinserimento, di 3 palline da una scatola che ne contiene 10, numerate da 1 a 10.
 - a) Determinare la probabilità che le prime due estratte siano pari, e la terza dispari.
 - b) Determinare la probabilità di ottenere 2 numeri pari (in ordine qualsiasi) sui 3 estratti.
 - c) Determinare la probabilità condizionata di ottenere 2 numeri pari, sapendo che non tutti gli estratti saranno pari.
5. Per un test diagnostico T , per una certa malattia M , si ha che $P(T^+|M^+) = 86\%$ (probabilità di un vero positivo), mentre $P(T^+|M^-) = 7\%$ (probabilità di un falso positivo). La prevalenza della malattia (ossia la frequenza relativa della malattia nella popolazione) è uguale al 4.5%.
 - a) Determinare la probabilità che un individuo positivo al test sia effettivamente malato (Suggerimento: usare il teorema di Bayes e la legge delle alternative).
 - b) In un gruppo di 800 pazienti, quanti possiamo aspettarci saranno positivi al test ?
6. Un'azienda farmaceutica produce confezioni di un certo medicinale, che vengono vendute in scatole da 300 confezioni l'una. Nel processo di trasporto, in media il 5% delle confezioni in ogni scatola viene danneggiato.
 - a) Quante confezioni intatte ci aspettiamo di trovare, in media, in ogni scatola ?
 - b) Se il numero di confezioni danneggiate in ogni scatola è distribuito secondo una legge di Poisson, quale è la probabilità di trovare 30 confezioni danneggiate in una scatola ?
7. In una popolazione umana l'età è distribuita normalmente, con media $\mu = 55$ anni e deviazione standard $\sigma = 12$ anni. Quale è la probabilità che un individuo scelto a caso nella popolazione abbia età compresa tra 30 e 60 anni ?