

1. Una popolazione Malthusiana ha un tasso di natalità del 3% e un tasso di mortalità pari al 2,7%.
 - a) Quanti anni impiega la popolazione per triplicare ?
 - b) Quale sarà il comportamento asintotico della popolazione ?
2. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$,
 - a) determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia 10, il valore massimo sia $y = 5$, ottenuto per $x = 4$, e il valore minimo sia $y = -2$.
 - b) Per quali valori della x la funzione trovata assume il valore minimo ?
3. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi): $\frac{\log_7 7^{2x^2}}{2x}$
4. Consideriamo l'estrazione, *con* reinserimento, di 6 palline da una scatola che ne contiene 10, numerate da 1 a 10.
 - a) Determinare la probabilità che le prime due estratte siano pari, e la terza dispari.
 - b) Determinare la probabilità di ottenere 2 numeri pari (in ordine qualsiasi) sui 6 estratti.
 - c) Determinare la probabilità condizionata di ottenere 3 numeri pari, sapendo che non tutti gli estratti sono pari. Vi aspettate che questa probabilità sia maggiore o minore della probabilità assoluta (non condizionata) dello stesso evento ?
5. Per un test diagnostico T , per una certa malattia M , si ha che $P(T^+|M^+) = 88\%$ (probabilità di un vero positivo), mentre $P(T^+|M^-) = 8\%$ (probabilità di un falso positivo). La prevalenza della malattia (ossia la frequenza relativa della malattia nella popolazione) è uguale al 2,3%.
 - a) Determinare la probabilità che un individuo positivo al test sia effettivamente malato (Suggerimento: usare il teorema di Bayes e la legge delle alternative). Il risultato ottenuto suggerisce che il test è significativo da un punto di vista pratico ?
 - b) In un gruppo di 200 pazienti, quanti possiamo aspettarci saranno malati ?
6. Un'azienda farmaceutica produce confezioni di un certo medicinale, che vengono vendute in scatole da 500 confezioni l'una. Nel processo di trasporto, in media il 3% delle confezioni in ogni scatola viene danneggiato.
 - a) Quante confezioni intatte ci aspettiamo di trovare, in media, in ogni scatola ?
 - b) Se il numero di confezioni danneggiate in ogni scatola è distribuito secondo una legge di Poisson, quale è la probabilità di trovare 8 confezioni danneggiate in una scatola ?
7. In una popolazione l'età è distribuita normalmente, con media $\mu = 24$ anni e deviazione standard $\sigma = 4$ anni. Quale è la probabilità che un individuo scelto a caso nella popolazione abbia età compresa tra 22 e 26 anni ?