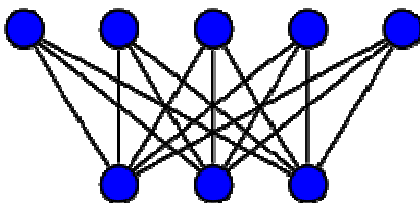
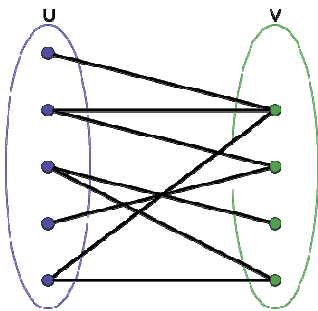


15/04/2016

DOCENTE: Prof.ssa Laura Faggioli
TUTOR: Dott.ssa Loredana Melcarne

VII LEZIONE : Grafi bipartiti

Nella teoria dei grafi, un **grafo bipartito** è un grafo in cui l'insieme dei vertici può essere diviso in due sottoinsiemi tali che ogni vertice di uno di questi due sottoinsiemi sia collegato solo a vertici dell'altro.



Indichiamo questi grafi con $K_{n,m}$ dove n rappresenta i vertici del primo sottoinsieme ed m quelli del secondo.

Dimostrazione della formula di Eulero per i grafi piani mediante induzione

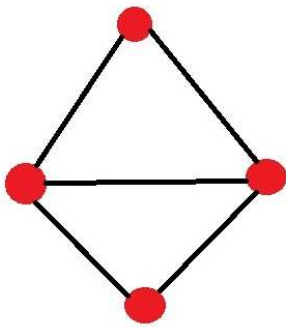
Vogliamo dimostrare che la formula $N-A+R=2$ vale per ogni grafo connesso planare.

Per il primo passo dell'induzione consideriamo un grafo costituito da un nodo e privo di archi :

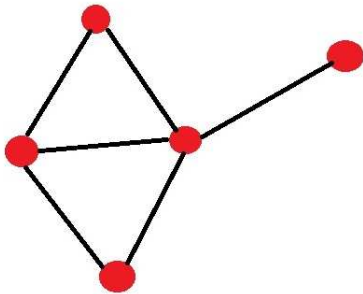


$$1 - 0 + 1 = 2$$

Inoltre, essa rimane vera quando si aggiunge un nuovo nodo connesso da un nuovo arco, dal momento che il nuovo nodo e il nuovo arco si bilanciano :

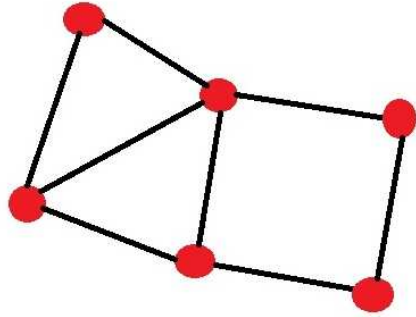


$$4 - 5 + 3 = 2$$

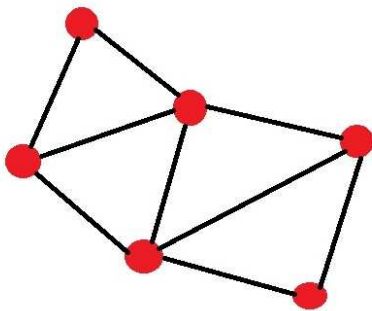


$$5 - 6 + 3 = 2$$

Ancora, essa rimane vera quando si ritaglia una nuova regione da una vecchia regione con l'aggiunta di un singolo nuovo arco, poiché in questo caso vi sono un nuovo arco e una nuova regione, e anche questi si bilanciano l'un l'altra.



$$6 - 8 + 4 = 2$$



$$6 - 9 + 5 = 2$$

Dal momento che ogni grafo connesso planare può essere costruito in questo modo, aggiungendo gradualmente nuovi nodi e nuovi archi, questo ragionamento mostra $\mathbf{N} - \mathbf{A} + \mathbf{R} = 2$ per ogni grafo connesso planare. Questa è una prova per induzione sulla dimensione del grafo.