ESERCIZI SULLE DERIVATE DI COMPOSIZIONI

Nicola Arcozzi

November 10, 2009

Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funzioni derivabili. Calcolare $h'(x)$ (supponendo che esistano sia h che h') per le seguenti funzioni h.

1. $h(x) = \frac{1}{\pi} f(\pi(x-2)) + 2$.
2. $h(x) = f(f(x))$.
3. $h(x) = |f(x)|$.
4. $h(x) = f(|x|)$.
5. $h(x) = f(x + g(x))$.
6. $h(x) = \arctan(f(\tan(x)))$.
7. $h(x) = e^{f(\log(g(x)))}$.
8. $h(x) = g(f(x)) \cdot f(g(x))$.
9. $h(x) = f(\text{sign}(x))$.
10. $h(x) = \frac{f(x \cdot g(x))}{f(x)^2 + f(x^2)}$.
11. $h(x) = \log(\log(|f(x)|))$.
12. $h(x) = f \circ f \circ f(x)$.
13. $h(x) = \log |f(x)|$.

Soluzioni.

1. $h'(x) = f'(\pi(x-2))$.
2. $h'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x)$.
3. $h'(x) = \text{sign}(f(x))$.
4. $h'(x) = f'(|x|) \cdot \text{sign}(x)$.
5. $h'(x) = f'(x + g(x)) \cdot (1 + g'(x))$.
6. $$h'(x) = \frac{f'(\tan(x)) \cdot (1 + \tan^2(x))}{f(\tan(x))^2 + 1}.$$
7. $h'(x) = e^{f(\log(g(x)))} f'(\log(g(x))) \cdot \frac{g'(x)}{g(x)}$.
8. $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) \cdot f(g(x)) + g(f(x)) \cdot f'(g(x)) \cdot g'(x)$.
9. $h'(x) = 0$.
10. $$h'(x) = \frac{f'(x \cdot g(x)) \cdot [g(x) + x \cdot g'(x)] \cdot [f(x)^2 + f(x^2)] - 2f(x \cdot g(x)) \cdot [f'(x) \cdot f(x) + x \cdot f(x^2)]}{[f(x)^2 + f(x^2)]^2}.$$
11. $h'(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \log(|f(x)|)}$.
12. $h'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x) = f' \circ f \circ f(x) \cdot f' \circ f(x) \cdot f'(x)$.
13. $h'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.