

# Test di prova III

Nicola Arcozzi

8 febbraio 2007

Analisi Matematica L-B

(1) Trovare la soluzione del problema di Cauchy e il suo dominio (scrivere tutti i passaggi e motivarli):

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{y^2}(x+1)^2}{y}, \\ y(-1) = -\sqrt{\log(3/2)}. \end{cases}$$

(2) Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = 2x - 3e^{2x}.$$

(3) Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione parzialmente derivabile su tutto  $\mathbb{R}^2$  e sia  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$h(x, y) = f(2x + 3y, 5x + 7y).$$

Calcolare  $\nabla h(1, 1)$  sapendo che  $\nabla f(1, 1) = (\pi, \pi^2)$ ,  $\nabla f(5, 12) = (e, e^2)$ .

(4) Trovare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  dell'equazione

$$(z^2 - (2 + i)z + 2i)(z^3 - i + 3) = 0.$$

(5) Siano  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una funzione parzialmente derivabile in ogni punto di  $\mathbb{R}^2$  e sia

$$h(x, y) = f(xe^y + 1, y \cos(x) - 1).$$

Calcolare  $Jh(0, 0)$  sapendo che

$$Jf(0, 0) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad Jf(1, -1) = \begin{pmatrix} \pi & e \\ 11 & -7 \end{pmatrix}.$$