INTEGRALE TRIPLO

Siano

$$A = \left\{ (x,y,z) \in \mathbf{R}^{\,3} : x^2 + \frac{y^2}{36} \leq z^2 + 1, -5 \leq z \leq 25 - \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{36}} \right\}$$

e $f \in \mathcal{C}\,(A; \mathbf{R}\,)$. Determinare $a, b \in \mathbf{R}$, con $a < b$, e $A(z) \subset \mathbf{R}^{\,2}$, $\forall z \in [a,b]$, tali che

$$\int\!\!\int\!\!\int_A f(x,y,z)\,dx\;dy\;dz = \int_a^b \left(\int\!\!\int_{A(z)} f(x,y,z)\,dx\;dy \right)\,dz\,.$$

INTEGRALE GENERALIZZATO

Trovare i valori di γ in $\mathbf{R}^{\,+}$ per cui converge l'integrale in senso generalizzato

$$\int_0^\infty \frac{1 - e^{-\frac{1}{x^{1/3}}}}{x^\gamma (1 + x^{6\gamma})} dx.$$

ESTREMANTI LOCALI

Determinare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbf{R}^{\,2} \to \mathbf{R}$,

$$f(x,y) = 13 + (49x^2 + 16y^2) e^{49x^2 - 16y^2}.$$

INTEGRALE DOPPIO

Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{-y+16} \leq x \leq 4, \;\; y \leq -8(x-4)\}$. Calcolare

$$\int\!\!\int_A 7x\sqrt{48-y}\,dxdy.$$

DERIVATE PARZIALI

Siano $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $\phi_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,$\phi_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1. Calcolare $\nabla h(x_0, y_0)$, dove

$$h = f(g(x,y) + \cos(x + y^6), \phi_1(x + y^5), \phi_2(x^3 + y^6))$$