Test di prova 14/03/2014

① Trovare le soluzioni in $\mathbb{C}$ di

$$(z^2+z+10)\cdot\left((3-2i)z^5+3\cdot(i-2)\cdot(3i-5)^4\right)=0$$

② Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases}\dot{x}=\dfrac{\cos^2(x)}{\sin(x)}\,t^2\\ x(0)=\pi/4\end{cases}$$

e determinarne il dominio.

③ Si consideri l'equazione (con $f\in C^1(\mathbb{R})$):

$$\ddot{x}+\dot{x}+t\cdot x=f(t)\cdot t \qquad (E)$$

e la sua omogenea associata:

$$\ddot{z}+\dot{z}+t\cdot z=0 \qquad (E0)$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

(i) (E0) ha due soluzioni (esattamente).

(ii) $x(t)=0$ (costante) è soluzione di (E).

~~(iii) le funzioni~~ $\cancel{z_1(t)=\sin(t)}$ ~~e~~ $\cancel{z_2(t)=t}$

(iii) la funzione $x(t)=t$ non può essere soluzione di (E), qualunque sia $f$.

(iv) Se $\varphi_1$ e $\varphi_2$ sono soluzioni di (E), allora $\dfrac{\varphi_1+\varphi_2}{2}$ è una soluzione di (E)

$\boxed{\text{Nota: 2 sono vere e 2 sono false!}}$

④ Trovare l'integrale ~~Totale~~ generale di

(*) $\quad (tx)^{\cdot}+t^2x=t \qquad$ (definito su $(0,+\infty)$).