

PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A,
I APPELLO
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del
Territorio, sede di Ravenna

3 dicembre 2004

Nome e Cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico del Territorio.

Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

Esercizi della prova scritta. Tempo per la prova: 2 ore.

(1) [4 punti] Sia γ la circonferenza di raggio $\sqrt{5}$ e centro in $(1, 2)$. Scrivere l'equazione di γ e trovare le equazione delle rette l passanti per il punto di coordinate $(-1, -2)$ e tangenti a γ .

Disegnare γ e l sul piano cartesiano.

(2) [4 punti] Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{10x - 25} \leq x \\ \log_5(x) \leq 1 \end{cases}$$

(3) [3 punti] Sia $a > 0$, $a \neq 1$. Una sola delle seguenti affermazioni è certamente vera. Quale?

- (i) $a^{\log_a(2) + \log_a(7)} = 9$.
- (ii) $a^{\log_a(x) \cdot \log_a(y)} = 14$.
- (iii) $a^{\log_a(2) + \log_a(7)} = 14$.
- (iv) $a^{\log_a(x) \cdot \log_a(y)} = 9$.

(4) [4 punti] Quale delle seguenti famiglie di vettori in \mathbb{R}^3 è una base per \mathbb{R}^3 ?

- (i) $(2, -7, 4)$, $(1, 9, 2)$, $(0, 0, 0)$.
- (ii) $(2, 0, -3)$, $(0, 7, 0)$, $(0, -2, 0)$.
- (iii) $(3, 0, 0)$, $(2, 3, 0)$, $(-1, 2, 3)$.
- (iv) $(2, -1, 0)$, $(-1, 2, 0)$, $(2, 0, -1)$, $(-1, 0, 2)$.

(5) [3 punti] Sia

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 3^n + 2 \cdot 5^n}{n 4^n + 3 \cdot 5^n}.$$

Allora, $L =$

- (i) ∞
- (ii) $\frac{2}{3}$
- (iii) 0
- (iv) $\frac{3}{4}$

(6) [3 punti] Siano $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni continue, $f(0) = 3$, $f(1) = 6$, $g(0) = -2$, $g(1) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

- (i) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x)g(x) = 0$.
- (ii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) + g(x) = 7$.
- (iii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) + g(x) = 0$.
- (iv) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $3 \cdot f(x) + 2 \cdot g(x) = 7$.

(7) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto \mathbb{R} . Sia

$$h(x) = e^{4 \cdot f(5x^2+3)}$$

Quali delle seguenti è la derivata di h ?

- (i) $h'(x) = e^{4 \cdot f'(5x^2+3)} \cdot 10x$.
- (ii) $h'(x) = e^{4 \cdot f(5x^2+3)} \cdot f'(5x^2+3) \cdot 40x$.
- (iii) $h'(x) = e^{4 \cdot f'(5x^2+3) \cdot 10x} \cdot 4$.
- (iv) $h'(x) = e^{4 \cdot f(x)} \cdot f'(x) \cdot 40x$.

(8) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = (x + 2)e^{-x^2 - 4x + 1}$$

(a) Trovare gli intervalli su cui f è crescente.

(b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(c) Trovare gli intervalli su cui $f > 0$ e disegnare sommariamente il grafico di f .

(9) [3 punti] **Esercizio facoltativo.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(4x^2)}{5x(1 - e^{2x})},$$

mostrando il procedimento utilizzato in dettaglio e mettendo in evidenza i teoremi utilizzati.

[102]