

PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A,
I APPELLO
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del
Territorio, sede di Ravenna

22 marzo 2005

Nome e Cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico del Territorio.

Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

Esercizi della prova scritta. Tempo per la prova: 2 ore.

(1) [4 punti] Sia γ la circonferenza di raggio $\sqrt{2}$ e centro in $(1, -1)$. Scrivere l'equazione di γ e trovare le equazioni delle rette l passanti per il punto di coordinate $(-1, 1)$ e tangenti a γ .

Disegnare γ e l sul piano cartesiano.

(2) [4 punti] Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{x} < x \\ \log_3(x) \leq 3 \end{cases}$$

(3) [3 punti] Sia $a > 0$, $a \neq 1$. Una sola delle seguenti affermazioni è certamente vera. Quale?

(i) $a^{\log_a(7)+\log_a(5)} = 12$.

(ii) $a^{\log_a(7)+\log_a(5)} = 35$.

(iii) $a^{\log_a(7)\cdot\log_a(5)} = 12$.

(iv) $a^{\log_a(7)\cdot\log_a(5)} = 35$.

(4) [4 punti] Quale delle seguenti famiglie di vettori in \mathbb{R}^3 è una base per \mathbb{R}^3 ?

(i) $(2, -1, 5)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 0, 0)$.

(ii) $(3, 2, 0)$, $(2, 3, 0)$, $(3, 0, 2)$, $(2, 0, 3)$.

(iii) $(3, 0, 0)$, $(3, 3, 0)$, $(3, 3, 3)$.

(iv) $(-2, 0, 3)$, $(0, 4, -8)$, $(0, -3, 6)$.

(5) [4 punti] Sia

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n3^n + 3 \cdot 5^n}{n^2 2^n + 4 \cdot 5^n}.$$

Allora, $L =$

- (i) 0
- (ii) ∞
- (iii) $\frac{3}{4}$
- (iv) $\frac{3}{2}$

(6) [4 punti] Siano $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni continue, $f(0) = 3$, $f(2) = 6$, $g(0) = -2$, $g(2) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

- (i) Esiste x in $[0, 2]$ tale che $f(x) + g(x) = 0$.
- (ii) Esiste x in $[0, 2]$ tale che $f(x)g(x) = 0$.
- (iii) Esiste x in $[0, 2]$ tale che $f(x) + g(x) = \frac{11}{2}$.
- (iv) Esiste x in $[0, 2]$ tale che $3 \cdot f(x) + 2 \cdot g(x) = \frac{11}{2}$.

(7) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto \mathbb{R} . Sia

$$h(x) = e^{3 \cdot f(4x^2 - 1)}$$

Quali delle seguenti è la derivata di h ?

- (i) $h'(x) = e^{3 \cdot f'(4x^2 - 1) \cdot 8x} \cdot 3$.
- (ii) $h'(x) = e^{3 \cdot f(4x^2 - 1)} \cdot f'(4x^2 - 1) \cdot 24x$.
- (iii) $h'(x) = e^{3 \cdot f'(4x^2 - 1)} \cdot 8x$.
- (iv) $h'(x) = e^{3 \cdot f(x)} \cdot f'(x) \cdot 24x$.

(8) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = (x + 1)e^{-x^2 - 4x - 2}$$

(a) Trovare gli intervalli su cui f è crescente.

(b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(c) Trovare gli intervalli su cui $f > 0$ e disegnare sommariamente il grafico di f .

(9) [3 punti] **Esercizio facoltativo.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(4x^2)}{5x(1 - e^{6x})},$$

mostrando il procedimento utilizzato in dettaglio e mettendo in evidenza i teoremi utilizzati.

[401]