

PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A,
VII APPELLO
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del
Territorio, sede di Ravenna

8 settembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico del Territorio.

Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

Esercizi della prova scritta. Tempo per la prova: 2 ore.

(1) [4 punti] Sia γ la circonferenza di centro $(1, 1)$ e raggio 2. Si trovino le circonferenze c_1 e c_2 aventi centro nell'origine e tangenti a γ .

Disegnare γ , c_1 e c_2 sul piano cartesiano.

(2) [4 punti] Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} \leq \sqrt{1-x} \\ \log_2(x+2) > -1 \end{cases}$$

(3) [3 punti] Sia $a > 0$, $a \neq 1$. Una sola delle seguenti affermazioni è certamente vera. Quale?

(i) $\log_a 9 \cdot \log_3 a = 3$.

(ii) $\frac{\log_a 9}{\log_3 a} = 3$.

(i) $\log_a 9 \cdot \log_3 a = 2$.

(ii) $\frac{\log_a 9}{\log_3 a} = 2$.

(4) [4 punti] Quale delle seguenti famiglie di vettori in \mathbb{R}^3 è una base per \mathbb{R}^3 ?

(i) $(1, -2, 3)$, $(-4, 5, -6)$, $(7, -8, 9)$.

(ii) $(1, 2, -3)$, $(4, -5, 6)$, $(-7, 8, 9)$.

(iii) $(1, 0, 0)$, $(-1, 1, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, -1, 1)$.

(iv) $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$, $(0, 0, 0)$.

(5) [4 punti] Sia

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 3^n + 2^n}{n^4 2^n + 3^n}.$$

Allora, $L =$

- (i) 0
- (ii) ∞
- (iii) $\frac{2}{3}$
- (iv) $\frac{3}{2}$

(6) [4 punti] Siano $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni continue, $f(0) = 1$, $f(1) = -1$, $g(0) = 3$, $g(1) = 2$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

- (i) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) + g(x) = 0$.
- (ii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) - g(x) = 0$.
- (iii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = 0$.
- (iv) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $g(x) - f(x) = 0$.

(7) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto \mathbb{R} . Sia

$$h(x) = \log(f(\sqrt{x}))$$

Quali delle seguenti è la derivata di f ?

- (i) $h'(x) = \frac{f'(x)}{2xf(x)}$. (i) $h'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{x}f(x)}$. (i) $h'(x) = \frac{f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}f(\sqrt{x})}$. (i) $h'(x) = \log(f'(\sqrt{x})) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

(8) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

(a) Trovare gli intervalli su cui f è crescente.

(b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(c) Trovare gli intervalli su cui $f > 0$ e disegnare sommariamente il grafico di f .

(9) [3 punti] **Esercizio facoltativo.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(1 - e^{-3x^2})}{1 - \cos(x^{3/2})},$$

mostrando il procedimento utilizzato in dettaglio e mettendo in evidenza i teoremi utilizzati.

[701]