

# Consorzio Nettuno - Corso di Matematica 1

## Schede di lavoro guidato per le esercitazioni

A cura di Sebastiano Cappuccio

SCHEDA N. 5

**ARGOMENTO:** Configurazione di *DERIVE*. Grafici di funzioni elementari.

---

NOTA: Gli utenti di *DERIVE* per Windows possono saltare le Attività n. 1 e n. 3: il programma infatti si imposta automaticamente secondo la modalità grafica di tale ambiente operativo.



### ATTIVITA' N. 1:

Selezionare **Options** per accedere al sottomenu delle opzioni.

Selezionare **Display** per predisporre le opzioni relative alla grafica.

Si ricordi che ci si sposta tra una voce e l'altra del menu con il tasto <tab>; si sceglie una tra le diverse possibilità offerte da ciascuna voce evidenziandola con la barra <spazio>.

Alla voce **Mode** selezionare **Graphics**; alla voce **Reso** (abbreviazione di *Resolution*) selezionare **High**; alla voce **Set** selezionare **Extended**; alla voce **Adapter** scegliere il tipo di scheda grafica disponibile, di norma la VGA. Confermare le proprie scelte premendo <↵>.

Queste opzioni consentono di predisporre *DERIVE* alla grafica estesa nella migliore risoluzione possibile offerta dalla scheda che si ha a disposizione.

Adirittura è possibile, selezionando **Text** invece di **Graphics** alla voce **Mode**, attivare una modalità pseudografica, utile per chi non possiede alcun tipo di scheda grafica; in questo caso però le immagini che si otterranno sullo schermo saranno ovviamente assai scadenti.



### ATTIVITA' N. 2:

Selezionare **Author** e digitare  $x^2$  <↵>, poi selezionare **Plot** e, successivamente, **Overlay**.<sup>1</sup>

Questo comando attiva il menu e l'ambiente di grafica. Lo schermo dell'ambiente di calcolo, che d'ora in poi chiameremo *schermo di Algebra*, viene sostituito dallo *schermo di Grafica*, attivato secondo la modalità specificata nella precedente Attività. Lo schermo di Grafica è caratterizzato dalla presenza degli assi cartesiani al centro dello schermo.

Selezionare ancora **Plot**.

Viene tracciato il grafico della funzione  $y = x^2$ , che era stata digitata nell'ambiente di Algebra. Si tratta, evidentemente, di una parabola con il vertice nell'origine.

Si noti che non è necessario far precedere la scritta  $y =$  all'espressione che definisce la funzione.

Il grafico appare formato da *pixel*<sup>2</sup>.

Selezionare **Algebra** per tornare all'ambiente di Algebra.

---

<sup>1</sup> Gli utenti delle versioni di *DERIVE* antecedenti la 2.5 non avranno bisogno di selezionare **Overlay** per sostituire lo schermo di Algebra con quello di Grafica.

<sup>2</sup> Un pixel è la minima porzione di schermo grafico ed equivale ad un punto sullo schermo; tutti i grafici sono formati da insiemi di pixel "accesi" di norma in vari colori.

Se il grafico della funzione non è apparso, molto probabilmente non è stata settata la scheda grafica giusta: correggere le impostazioni di grafica secondo le modalità indicate nell'Attività n. 1.



### ATTIVITA' N. 3:

Se la visualizzazione del grafico ha avuto successo, selezionare **Transfer** per attivare il menu per la gestione dei file. Selezionare **Save** per attivare il menu di salvataggio dei file su disco. Selezionare **State** e premere <↵> per confermare il nome (DERIVE.INI) suggerito dal programma.

Queste azioni salvano su disco la configurazione attuale del programma, in particolare la scelta della modalità grafica che è stata effettuata. Da questo istante, ogni volta che *DERIVE* verrà mandato in esecuzione, saranno automaticamente attivate le opzioni selezionate e non ci sarà quindi bisogno di ripetere ogni volta le azioni indicate nell'Attività n. 1.

Il file DERIVE.INI è un file di inizializzazione in cui sono indicate tutte le opzioni standard di *DERIVE*; si tratta di un file di testo, quindi è possibile modificarlo anche con un qualunque editor. Tuttavia è consigliabile, soprattutto per l'utente non esperto, fare modifiche ad esso solo attraverso il menu di *DERIVE*, come è indicato in questa Attività.



### ATTIVITA' N. 4:

Selezionare **Remove** e, sia nel campo **Start** che nel campo **End**, digitare il numero dell'espressione  $x^2$  prima digitata; (se l'espressione risulta già evidenziata, i due campi riportano automaticamente il numero di linea dell'espressione stessa e non è quindi necessario digitarlo). Premere <↵> per confermare.

Questo comando cancella la funzione  $y = x^2$  dall'ambiente di Algebra.

Selezionare **Author** e digitare **w** <↵>. Selezionare **Plot**.

Il comando **Plot** fa accedere ancora all'ambiente di Grafica. Si noti che, benché la funzione  $y = x^2$  sia stata cancellata dall'ambiente di Algebra, il suo grafico rimane presente nell'ambiente di Grafica. I due ambienti sono da questo punto di vista indipendenti l'uno dall'altro: una volta che il grafico è stato tracciato, la cancellazione della funzione dall'ambiente di Algebra non comporta la cancellazione del suo grafico nell'ambiente di Grafica (e viceversa).

Selezionare **Plot**.

Viene tracciata, sovrapposta al precedente grafico, la bisettrice del primo e terzo quadrante, cioè il grafico della funzione  $y = x$  utilizzando, se il monitor disponibile lo consente, un altro colore.

Si noti che non è necessario che variabile indipendente si chiami  $x$ : in questo caso ad esempio il suo nome è  $w$ .



### ATTIVITA' N. 5:

Senza uscire dall'ambiente di Grafica, selezionare **Delete All**.

Tutti i grafici presenti nella finestra di Grafica vengono cancellati.

Selezionare **Algebra** per tornare all'ambiente di Algebra.

Digitare le funzioni  $y = e^x$  e  $y = \ln x$  e tracciarne il grafico.

Il simbolo  $e$  è ottenibile premendo contemporaneamente il tasto <alt> e la lettera **e**.<sup>3</sup>

Le funzioni dovranno essere digitate come al solito una in ciascuna riga omettendo, se lo si desidera, il primo membro e, per ciascuna di esse, si dovrà selezionare **Plot** per passare all'ambiente di Grafica e ancora **Plot** per procedere al disegno del grafico.

Si noti che ogni volta che si rientra nello schermo di Grafica dopo essere passati allo schermo di Algebra, *DERIVE* ridisegna anche le funzioni precedenti, nell'ordine con cui queste sono state "passate" all'ambiente di Grafica.

Si osservi anche che i grafici ottenuti sono simmetrici rispetto alla retta  $y = x$ , bisettrice del primo e terzo quadrante<sup>4</sup> e che non è necessario specificare l'insieme di definizione della funzione.

Selezionare **Algebra** per tornare all'ambiente di calcolo.



#### ATTIVITA' N. 6:

Tracciare il grafico delle seguenti funzioni elementari:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$ ,  $y = \sqrt{x}$ .

E' facoltà del lettore disegnare le funzioni l'una sovrapposta all'altra oppure cancellare ogni volta lo schermo di Grafica con il comando **Delete All**.



#### ATTIVITA' N. 7:

Dopo aver cancellato tutti i grafici presenti nello schermo di Grafica, selezionare **Algebra**, **Author** e digitare  $x^2 - 4x + 3$  <↵>.

Far tracciare il grafico della funzione  $y = x^2 - 4x + 3$  selezionando **Plot** e ancora **Plot**.

Muovendo il cursore grafico verificare che il vertice della parabola ottenuta è il punto di coordinate (2; -1).

Il cursore grafico è la crocetta che appare sullo schermo di Grafica. E' possibile spostarlo con i tasti cursore. Il movimento può essere accelerato in direzione orizzontale tenendo premuto il tasto <ctrl> mentre si premono i tasti di cursore a destra o cursore a sinistra. Il movimento può essere accelerato in direzione verticale premendo, invece dei tasti di movimento cursore verso l'alto o verso il basso, i tasti <PgUp> e <PgDn>. Si osservi che, durante lo spostamento del cursore, un valore approssimato delle sue coordinate appare nella parte bassa dello schermo (detta anche *linea di stato*), dopo la scritta **Cross**.

Verificare che è possibile far uscire il cursore dallo schermo e farlo rientrare in esso.

Selezionare **Center**.

Il grafico viene ridisegnato in modo che il centro dello schermo, di norma posto nell'origine del sistema di riferimento, si trovi nella posizione attualmente occupata dal cursore.

Selezionare **Move**; si digiti **0** sia nel campo **x** che nel campo **y**. Premere <↵> per confermare.

Questo comando sposta istantaneamente il cursore nella posizione relativa alle coordinate indicate. Naturalmente si sarebbe potuto ottenere lo stesso risultato anche con uno spostamento manuale del cursore con i ben noti appositi tasti.

<sup>3</sup> La lettera **e** appare sormontata da un accento circonflesso:  $\hat{e}$ ; ciò serve per distinguere una generica variabile di identificatore **e** dalla costante predefinita *e* (numero di Nepero o di Eulero). Talvolta accade che questo simbolo, insieme ad altri come radici, frazioni ecc., non appare correttamente sullo schermo: vedi in proposito la nota n. 1 della Scheda 0.

<sup>4</sup> V. G. C. Barozzi, "Primo Corso di Analisi Matematica" - Ed. Zanichelli, pagg. 97 e 126.

Selezionare ancora **Center**. Con questo comando viene ridisegnato il grafico originale, con l'origine del sistema di riferimento nel centro dello schermo.



#### ATTIVITA' N. 8:

Come si è visto nella precedente Attività, con il movimento del cursore (effettuato con gli appositi tasti o con il comando **Move**) e con il comando **Center**, è possibile "esplorare" anche le parti del grafico che sono esterne alla parte di piano che viene visualizzata sullo schermo.

Usare la tecnica descritta per portare il cursore nel vertice della parabola di equazione

$$y = -\frac{15}{4}x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{45}{4}$$

e determinarne così le coordinate sia pure in modo approssimato.

Al termine riportare l'origine nel centro dello schermo come indicato nell'Attività n. 7, cancellare il grafico e tornare all'ambiente di Algebra.



#### ATTIVITA' N. 9:

Selezionare **Author** e scrivere la funzione  $y = \frac{1}{75}x^5 - \frac{1}{3}x^3$ , poi tracciarne il grafico.

Appare un grafico da cui risulta che la funzione sembra avere un solo zero<sup>5</sup> nell'origine.

Eppure, con pochi facilissimi calcoli manuali, si ricava:

$$\frac{1}{3}x^3 \left( \frac{1}{25}x^2 - 1 \right) = 0$$

da cui appaiono altri due zeri semplici, +5 e -5.

Premere due volte il tasto funzione <F10>.

La scala viene modificata e viene tracciato un nuovo grafico in cui appaiono anche gli zeri previsti.

La scala, separatamente per l'asse  $x$  e per l'asse  $y$ , è indicata nella linea più bassa dello schermo, dopo la scritta **Scale**. E' infatti possibile modificare il fattore di scala separatamente nelle due direzioni orizzontale e verticale. Un elenco dettagliato dei comandi si trova nella Sintesi di questa Scheda.

Premere due volte il tasto funzione <F9>.

Viene tracciato un nuovo grafico nella scala originale.

Il tasto <F9> assolve la funzione inversa di <F10>: realizza una riduzione di scala, cioè un "effetto zoom" della finestra di Grafica.

Dopo aver riportato la scala ai valori normali **1** e **1**, cancellare il grafico con il comando **Delete All** e tornare all'ambiente di Algebra.



#### ATTIVITA' N. 10:

Selezionare **Author** e digitare la seguente funzione: **vector(a x^2,a,1,10) <↵>**, poi selezionare **Simplify**.

Come è noto, questa funzione produce un vettore le cui componenti, in questo caso, sono i valori dell'espressione  $ax^2$ , nella quale la variabile  $a$  ha assunto valori da 1 a 10 a passo di una unità.

Selezionare **Plot** per accedere all'ambiente di Grafica ed ancora **Plot** per tracciare il grafico.

Viene disegnato un "fascio" di parabole, ciascuna delle quali corrispondente ad una delle componenti del vettore ottenuto.

---

<sup>5</sup> cioè una soluzione, in questo caso ovviamente multipla, dell'equazione  $f(x) = 0$ .

*DERIVE* permette così di tracciare famiglie di curve dipendenti da un parametro variabile tra un valore minimo ed un valore massimo con un passo prefissato.

Utilizzare la stessa tecnica per tracciare il grafico della funzione  $y = \log_a x$ , con la base  $a$  variabile a passo di 1 da 2 a 10.<sup>6</sup>

Il  $\log_a x$  deve essere digitato come **log(x, a)**.



#### ATTIVITA' N. 11:

Cancellare lo schermo di Grafica e tornare all'ambiente di Algebra.

Selezionare **Author** e digitare **[cos t, sin t]** <↵>.

Viene così definito un vettore bidimensionale, cioè una coppia ordinata di numeri reali, ossia un punto del piano, che al variare di  $t$  descrive una circonferenza di centro l'origine e raggio 1.

Le equazioni

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$$

costituiscono una *rappresentazione parametrica* della circonferenza di centro l'origine e raggio  $a$ .

Si noti che, elevando le due equazioni al quadrato membro a membro e sommandole, si ottiene  $x^2 + y^2 = a^2$ , essendo  $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$  per ogni  $t$ .

Selezionare **Plot** per passare all'ambiente di Grafica, poi ancora **Plot** per tracciare il grafico.

Premere <↵> per confermare le opzioni suggerite dal menu che specificano tra l'altro l'intervallo di variazione del parametro  $t$ .

Sullo schermo di Grafica appare la circonferenza.

Se la circonferenza appare deformata, simile ad una ellisse, selezionare **aXes**. Il menu che appare consente, tra l'altro, di specificare il numero di righe (**Rows**) e di colonne (**Columns**) che costituiscono una unità di misura rispettivamente per l'asse delle ordinate e quello delle ascisse. Modificando i valori proposti si modifica il rapporto tra altezza e larghezza della parte di piano visualizzata sullo schermo. Possono essere necessari diversi tentativi prima di trovare dei valori soddisfacenti.<sup>7</sup>

Gli utenti di *DERIVE* per Windows otterranno lo stesso risultato selezionando **Options Grids** e, nella voce **Intervals**, modificando i valori dei campi **Horizontal** e **Vertical**. Di solito valori rispettivamente di 8 e 5 danno buoni risultati, ma dipende anche dalle impostazioni generali di Windows (in particolare dalla risoluzione prefissata). Potrebbe anche essere necessario agire (con cautela) sulle monopole di sincronia orizzontale e verticale del proprio monitor.

Si suggerisce poi all'utente di *DERIVE* per DOS di salvare le impostazioni nel file *DERIVE.INI* come indicato nell'Attività n. 3.



lissa

Un esempio di curve in forma parametrica può essere trovato nel file *LISSA.MTH* nel dischetto allegato; vengono tracciate le curve di Lissajous descritte nell'esercizio 2.4-14 a pag. 158 del Testo di riferimento.

<sup>6</sup> V. G. C. Barozzi, *op. cit.*, pag. 129.

<sup>7</sup> Chi usa una versione di *DERIVE* antecedente la 3, potrà trovare i campi **Rows** e **Columns** nel menu **Tiks**.

**ATTIVITA' N. 12:**

Cancellare lo schermo di Grafica e tornare all'ambiente di Algebra.<sup>8</sup>

Selezionare **Author** e digitare  $x^2/9+y^2/4=1$  <↵>.

Selezionare **Plot** per passare all'ambiente di Grafica, poi ancora **Plot** per tracciare il grafico.

Viene così tracciato il grafico corrispondente all'equazione implicita

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0,$$

che, come è certamente noto al Lettore, è una ellisse centrata nell'origine con semiassi maggiore e minore uguali, rispettivamente, a 3 e 2.

Si noti la capacità di *DERIVE* di tracciare anche il grafico corrispondente ad una equazione implicita, cioè del tipo del tipo  $F(x, y) = 0$ . Chi non ha a disposizione una macchina veloce, utilizzando questa caratteristica dovrà essere disposto ad attese anche piuttosto lunghe.

Si noti anche che, contrariamente a quanto avviene nell'ambiente di Algebra o quando si tracciano i grafici di funzioni in forma esplicita (cioè del tipo  $y = f(x)$ ) è necessario digitare entrambi i membri dell'equazione. Ciò per evitare che *DERIVE* interpreti l'espressione in due variabili come una funzione del tipo  $z = f(x, y)$ .

---

<sup>8</sup> In questa Attività viene usata una caratteristica disponibile in *DERIVE* solo a partire dalla versione 3. Chi usa una versione precedente potrà saltare questa Attività.

## SINTESI

### CONFIGURAZIONE DEL PROGRAMMA

Il menu **Options Display** consente in qualunque momento di modificare le impostazioni relative alla scheda grafica disponibile ed alla risoluzione desiderata.

Il menu **Ticks** consente di modificare il rapporto altezza-larghezza dello schermo.

La configurazione può essere salvata nel file DERIVE.INI con il comando **Transfer Save State** e diventare così standard anche per le successive sessioni di lavoro.

### MENU

**Remove** per cancellare una o più linee dall'ambiente di Algebra.

Senza altre specificazioni si cancella la linea evidenziata, altrimenti indicare la prima linea del blocco da cancellare nel campo **Start** e l'ultima nel campo **End**.

Questo comando non ha effetto sui corrispondenti grafici, se sono stati tracciati nell'ambiente di Grafica.

### MENU - GRAFICA

**Plot** per passare dall'ambiente di Algebra a quello di Grafica.

**Algebra** per passare dall'ambiente di Grafica a quello di Algebra.

**Plot**, in ambiente di Grafica, per tracciare il grafico della funzione evidenziata. **Plot** ha effetto anche su una famiglia di funzioni organizzate come elementi di un vettore.

**Delete** cancella i grafici presenti, **All** li cancella tutti, **Butlast** tutti tranne l'ultimo tracciato (in ordine di tempo, non di numero di linea della corrispondente equazione nell'ambiente di Algebra), **First** il primo, **Last** l'ultimo.

Il cursore grafico si muove con il comando **Move**, specificando le coordinate del punto che si intende raggiungere, oppure con i tasti cursore; movimenti più rapidi in direzione verticale con <PgUp>, <PgDn>, in direzione orizzontale con <ctrl> + <freccia a destra>, <ctrl> + <freccia a sinistra>.

**Center** porta il centro dello schermo nella posizione occupata dal cursore.

<F10> ed <F9> modificano la scala dell'immagine; la scala è uno dei seguenti valori:

... 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, .... Il valore di default è 1; con <F10> il valore aumenta, con <F9> diminuisce.

<F7> diminuisce la scala nella sola direzione verticale, <shift> + <F7> nella sola direzione orizzontale.

<F8> aumenta la scala nella sola direzione verticale, <shift> + <F8> nella sola direzione orizzontale.

Gli stessi effetti possono essere ottenuti manualmente con il comando **Zoom**, specificando nel campo **Axis** la direzione desiderata oppure **Both** se si desiderano entrambi e, nel campo **Direction**, **In** o **Out** a seconda se si vuole diminuire o ingrandire la scala.

La posizione del cursore grafico e la scala sono indicate nella riga di stato (nella parte più bassa dello schermo).

Le dimensioni orizzontale e verticale della regione di piano visualizzata sullo schermo possono essere modificate agendo sui valori dei campi **Row** e **Columns** del menu **aXes**.