

# Equazioni e disequazioni

## Formule essenziali

- L'equazione di primo grado  $ax + b = 0$ , con  $a \neq 0$ , ha soluzione  $x = -\frac{b}{a}$ .
- L'equazione di secondo grado  $ax^2 + bx + c = 0$  con  $a \neq 0$ , ha
  - due soluzioni distinte  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  se  $\Delta > 0$ , con  $\Delta = b^2 - 4ac$ ;
  - una soluzione doppia  $x = -\frac{b}{2a}$  se  $\Delta = 0$ ;
  - nessuna soluzione se  $\Delta < 0$ .
- Le soluzioni dell'equazione  $P_1(x) \cdot P_2(x) \cdots P_k(x) = 0$  si ottengono facendo l'unione delle soluzioni di  $P_i(x) = 0$ , per  $i = 1, \dots, k$ .
- Le soluzioni dell'equazione fratta  $\frac{N(x)}{D(x)} = 0$  sono le soluzioni di  $N(x) = 0$  che non sono soluzioni di  $D(x) = 0$ .
- La soluzione della disequazione di primo grado  $ax + b > 0$ , con  $a \neq 0$ , è
  - $x > -\frac{b}{a}$  se  $a > 0$ ;
  - $x < -\frac{b}{a}$  se  $a < 0$ .
- Per risolvere la disequazione di secondo grado  $P(x) = ax^2 + bx + c > 0$ , con  $a \neq 0$ , si studia il segno di  $P(x)$  che è
  - uguale al segno di  $a$  per valori esterni all'intervallo che ha per estremi le due soluzioni di  $P(x) = 0$  e segno opposto per valori interni, se  $\Delta > 0$ ;
  - uguale al segno di  $a$  per ogni valore di  $x$  diverso dalla soluzione di  $P(x) = 0$ , se  $\Delta = 0$ ;
  - uguale al segno di  $a$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ , se  $\Delta < 0$ .
- Per risolvere la disequazione  $P_1(x) \cdot P_2(x) \cdots P_k(x) > 0$  si studia il segno dei singoli fattori  $P_i(x)$ , per  $i = 1, \dots, k$ , e si utilizza la regola dei segni per determinare il segno del prodotto.
- Per risolvere la disequazione fratta  $\frac{N(x)}{D(x)} > 0$  si studia il segno di  $N(x)$  e  $D(x)$  e si usa la regola dei segni per determinare il segno del quoziente.

### Esercizi

- 1)  $5 - [-(x - 1) - 5(2x - 1)] = 2 + x + 5(2x - 3)$
- 2)  $2x^2 + x + 1 = 0$
- 3)  $2x^2 + x - 2 = 0$
- 4)  $(x - 1)^2(x^2 + 1)^3(x - \sqrt{2}) = 0$
- 5)  $\frac{x^3 - x^2}{x^2 + x - 2} = 0$
- 6)  $\frac{x-3}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = 0$
- 7)  $3 + 4(1 + x) - (1 + 3x) > -2$
- 8)  $2x^2 + 16x + 32 < 0$
- 9)  $3x^2 - x + 1 \geq 0$
- 10)  $4x^2 - 37x + 9 \geq 0$
- 11)  $x^6(1 - x)^3(2x - 1)^7 \leq 0$
- 12)  $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$