

Punti, rette e circonferenze nel piano cartesiano

Formule essenziali

- La distanza tra i punti $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ è $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.
- Il coefficiente angolare della retta $ax + by + c = 0$, con $b \neq 0$, è $m = -\frac{a}{b}$.
- L'equazione della retta passante per i punti $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ è
 - $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$ se $x_1 \neq x_2$ e $y_1 \neq y_2$;
 - $x = x_1$ se $x_1 = x_2$;
 - $y = y_1$ se $y_1 = y_2$.
- L'equazione della retta passante per il punto $P_1 = (x_1, y_1)$ e di coefficiente angolare m è $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- Due rette con coefficiente angolare m e m' sono parallele se e solo se $m' = m$ e sono perpendicolari se e solo se $mm' = -1$.
- La distanza del punto $P_1 = (x_1, y_1)$ dalla retta $s : ax + by + c = 0$ è $d(P_1, s) = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- L'equazione della circonferenza di centro $C = (x_0, y_0)$ e raggio R è $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ oppure $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ con $a = -2x_0$, $b = -2y_0$ e $c = x_0^2 + y_0^2 - R^2$.
- L'equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ rappresenta una circonferenza se e solo se $\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c > 0$. In tal caso ha centro $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ e raggio $R = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c}$.
- Data una retta s e una circonferenza \mathcal{C} di centro C e raggio R si ha
 - s è esterna a \mathcal{C} se e solo se $d(s, C) > R$;
 - s è tangente a \mathcal{C} se e solo se $d(s, C) = R$;
 - s è secante a \mathcal{C} se e solo se $d(s, C) < R$.

Esercizi

- 1) Determina il coefficiente angolare della retta $3x - y - 1 = 0$ e disegnalala nel piano cartesiano. La retta passa per il punto $(2, 5)$?
- 2) Calcola l'equazione della retta passante per i punti $(1, 1)$ e $(0, -2)$ e determinane il coefficiente angolare.
- 3) Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $(5, 5)$ e parallela alla retta $x + 6y - 2 = 0$. Calcola l'equazione della retta passante per il punto $(1, 5)$ e perpendicolare alla retta $x - 4y = 0$.
- 4) Determina la distanza del punto $(1, 1)$ dalla retta $3x - y - 4 = 0$ e dal punto $(3, -1)$.
- 5) Calcola l'area e il perimetro del triangolo che ha per vertici $(1, 1)$, $(0, 3)$ e $(5, 3)$.
- 6) Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $(-1, 3)$ e raggio 2. Il punto $(3, -1)$ appartiene alla circonferenza?
- 7) Determina le coordinate del centro e il raggio della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x + 5y = 0$. La retta $x + y + 1 = 0$ è tangente alla circonferenza?
- 8) Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $(2, 3)$ e passante per $(-1, 6)$.
- 9) Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $(1, 1)$ e tangente alla retta $x + 2y - 1 = 0$.
- 10) Scrivi l'equazione della circonferenza passante per i punti $(-1, 2)$, $(-3, -1)$ e $(2, 1)$.