

## Esercizi Agrari: Geometria analitica

### Foglio 1

#### Esercizio 1 Retta $y = mx + q$

1. Disegnare la retta  $4x + 2y - 5 = 0$ ; passa per il punto  $(1, 1)$ ? E per  $(\frac{1}{2}, 1)$ ? [No, No]
2. Scrivere l'equazione della retta passante per  $A = (-3, 1)$  e  $B = (2, 10)$ . Passa per  $C = (0, 5)$ ? [ $9x - 5y + 32 = 0$ , No]
3. Dato il triangolo di vertici  $A = (-1, 2)$ ,  $B = (-9, 2)$ ,  $C = (-5, -1)$ , verificare che è un triangolo isoscele e determinare le coordinate del suo baricentro.  $[(-5, 1)]$
4. Scrivere l'equazione della retta passante per il punto  $P = (-1, 2)$  e parallela alla retta  $3x - y - 1 = 0$ . [ $y = 3x + 5$ ]
5. Determinare la misura del segmento che le rette di equazione  $r : y = x - 6$  e  $s : x + y - 5 = 0$  staccano sull'asse delle  $x$ . [1]
6. Determinare l'equazione della retta parallela e l'equazione della retta perpendicolare alla retta  $r$  di equazione  $r : x + 3y = 2$ , entrambe passanti per il punto  $P = (1, -3)$ . [ $x + 3y + 8 = 0$ ,  $3x - y - 6 = 0$ ]

#### Esercizio 2 Circonferenza

1. Scrivere l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$  passante per  $A = (1, 1)$ ,  $B = (0, 0)$ ,  $C = (\frac{1}{2}, 0)$ . [ $x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y = 0$ ]

Determinare il centro e il raggio della circonferenza.  $[(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}), \frac{\sqrt{10}}{4}]$

2. Determinare l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$  avente per diametro il segmento individuato dagli assi coordinati sulla retta di equazione  $5x - y + 6 = 0$ . La circonferenza passa per il punto  $A = (1, 1)$ ? E per l'origine? [ $x^2 + y^2 + \frac{6}{5}x - 6y = 0$ , No, Sì]

3. Determinare l'equazione della circonferenza di centro  $C = (-2, -4)$  e passante per il punto  $A = (1, 2)$ . [ $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 25 = 0$ ]

4. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per il punto di intersezione delle rette  $r : x - y = 0$  e  $s : x + y + 2 = 0$  e di centro il punto  $C = (1, 1)$ . [ $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$ ]

Scrivere l'equazione della retta passante per il punto  $A = (-2, 2)$  e perpendicolare alla retta  $AC$ , congiungente  $A$  con il centro della circonferenza. [ $y = 3x + 8$ ]

5. Calcolare l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$  con centro nel punto  $C = (1, 1)$  e passante per il punto  $P = (0, 3)$ . [ $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ ]

Determinare inoltre l'equazione della retta  $r$  tangente alla circonferenza nel punto  $P$  e l'equazione della retta  $s$  perpendicolare alla retta  $r$  nel punto  $P$ . [ $r : x - 2y + 6 = 0$ ,  $s : 2x + y - 3 = 0$ ]

6. Data la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ , verificare che il punto  $P = (1, 3)$  appartiene alla circonferenza e scrivere l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto  $P$ . [ $x - 2y + 5 = 0$ ]

7. Determinare le equazioni delle rette tangenti a  $x^2 + y^2 - 12x + 2y + 17 = 0$  condotte da  $P = (0, 1)$ . [ $2x + y - 1 = 0$ ,  $x - 2y + 2 = 0$ ]
8. Determinare l'equazione della circonferenza passante per i punti  $A = (5, -1)$ ,  $B = (3, 1)$  e tangente a

$$x - y - 2 = 0. [x^2 + y^2 - 8x + 14 = 0]$$

## Esercizi Agrari: Algebra lineare

### Foglio 2

#### Esercizio 1 Equazioni di primo grado e sistemi

$$1. \quad \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{2}\left(x + \frac{3}{4}\right) = 2\left(x - \frac{1}{4}\right) \quad [7/2]$$

$$2. \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{3x+1}{x^2-1} \quad [Imp.]$$

$$3. \quad \frac{x^2}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x-1} - 1 = 0 \quad [0]$$

$$4. \quad \begin{cases} y = 5x - 3 \\ 3y = 2x + 4 \end{cases} \quad [(1, 2)]$$

$$5. \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = 3 \\ \frac{1}{6}x + 4y = 3 \end{cases} \quad [(2, 2/3)]$$

$$6. \quad \begin{cases} \frac{x+y-4}{x-y} = 3 \\ \frac{x+4}{x+y-1} = 2 \end{cases} \quad [Imp.]$$

#### Esercizio 2 Disequazioni di primo grado e sistemi

$$1. \quad \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \quad [0 < x \leq 1/2]$$

$$2. \quad \begin{cases} 3x + 2 \leq 7 \\ 4x + 3 > -6 \end{cases} \quad [-9/4 < x \leq 5/3]$$

$$3. \quad \begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} 2x + 3y - 6 \geq 0 \\ 2x + 3y > 10 \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} x + y < 1 \\ x + y > -1 \\ x - y > -1 \\ x - y < 1 \end{cases}$$

#### Esercizio 3 Equazioni di secondo grado

$$1. \quad 10t^2 + 3t - 1 = 0 \quad [-1/2, 1/5]$$

$$2. \quad x^2 + 3x + 3 = 0 \quad \left[ \frac{3 + i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$3. \quad \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{8x-4}{x^2-1} \quad [3]$$

**Esercizio 4** Disequazioni di secondo grado e sistemi

$$1. \quad 5x \geq 2 + 2x^2 \quad [1/2 \leq x \leq 2]$$

$$2. \quad y^2 - 6y + 9 < 0 \quad [\emptyset]$$

$$3. \quad x^2 > x - 5 \quad [\forall x \in \mathfrak{R}]$$

$$4. \quad \frac{x^2-1}{2x-x^2} \geq 0 \quad [-1 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 2]$$

$$5. \quad \frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12} > 1 \quad [5/2 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$6. \quad \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 2x < 0 \end{cases} \quad [0 < x \leq 1]$$

**Esercizio 5** Equazioni e Disequazioni con valore assoluto

$$|2x - 5| = 7 \quad [-1, 6]$$

$$\left| \frac{2x-1}{2} \right| < 1 \quad [-1/2 < x < 3/2]$$

$$\left| \frac{x-3}{x+5} \right| \geq 2 \quad [-13 < x < -5 \vee -5 < x < -7/3]$$

$$|3x - 1| < x \quad [1/4 < x < 1/2]$$