Esempi di ricerca di massimi e minimi di una funzione definita in un intervallo.

Calcolare i massimi e minimi assoluti delle seguenti funzioni negli intervalli a fianco indicati:

1. $f(x) = x^2 - 5x + 7$ nell'itervallo $[-1, 3]$

   Per calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f dobbiamo prima trovare i valori che annullano la derivata prima:

   $f'(x) = 2x - 5$

   $f'(x) = 0$ per $x = \frac{5}{2}$ che é il solo punto critico si f.

   Consideriamo la seguente tabella dei estremi e dei punti critici di f:

x	$f(x)$
-1	13
3	1
$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{4}$

   da cui vediamo che il punto di massimo assoluto é: $x = -1$ e il massimo é 13 mentre il punto di minimo assoluto é: $x = \frac{5}{2}$ e il minimo é $\frac{3}{4}$.

2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ nell'itervallo $[0, 4]$

   Per calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f dobbiamo prima trovare i valori che annullano la derivata prima:

   $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

   $f'(x) = 0$ per $x = 1$ e $x = 3$.

   Consideriamo la seguente tabella dei estremi e dei punti critici di f:

x	$f(x)$
0	2
4	6
1	6
3	2

   da cui vediamo che i punti di massimo assoluto sono: $x = 1$ e $x = 4$; il massimo é 6 mentre l punto di minimo assoluto sono: $x = 0$ e $x = 3$ e il minimo é 2 .

3. $f(x) = x^2 e^x$ nell'itervallo $[-5, 1]$

   Per calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f dobbiamo prima trovare i valori che annullano la derivata prima:

   $f'(x) = e^x(x^2 + 2x)$

   $f'(x) = 0$ per $x = -2$ e $x = 0$.

   Consideriamo la seguente tabella dei estremi e dei punti critici di f:

x	$f(x)$
-5	$25e^{-5} \simeq 0,16844$
-2	$4e^{-2} \simeq 0,54134$
0	0
1	$e \simeq 2,7188$

   a cui vediamo che il punto di massimo assoluto é: $x = 1$ e il massimo é e mentre il punto di minimo assoluto é: $x = 0$ e il minimo é 0 .

4. $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 4)$ nell'itervallo $[-4, 3]$

   Per calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f dobbiamo prima trovare i valori che annullano la derivata prima:

   $f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+4}$

   $f'(x) = 0$ per $x = -1$.

   Consideriamo la seguente tabella dei estremi e dei punti critici di f:

x	$f(x)$
-4	$\ln 12 \simeq 2,48490$
-1	$\ln 3 \simeq 1,09861$
3	$\ln 19 \simeq 2,94443$

   a cui vediamo che il punto di massimo assoluto é: $x = 3$ e il massimo é $\ln 19$ mentre il punto di minimo assoluto é: $x = -1$ e il minimo é $\ln 3$.

5. $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2}$ nell'itervallo $[-3, 4]$

Per calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione f dobbiamo prima trovare i valori che annullano la derivata prima:

$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x+1}}$

$f'(x) = 0$ per nessun valore di x, ma $x = -1$ é un punto di non derivabilitá della funzione e quindi é un punto critico.

Consideriamo la seguente tabella dei estremi e dei punti critici di f:

x	$f(x)$
-3	$\sqrt[3]{4} \simeq 1,58740$
-1	0
4	$\sqrt[3]{25} \simeq 2,92401$

da cui vediamo che il punto di massimo assoluto é: $x = 4$ e il massimo é $\sqrt[3]{25}$ mentre il punto di minimo assoluto é: $x = -1$ e il minimo é 0 .