

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 10 settembre 2014

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) 1) Da un'urna contenente palline identiche numerate da 1 a 90 vengono estratte 5 palline senza reimbussolamento.

a) Qual è la probabilità che venga estratto il numero 3?

b) Qual è la probabilità che vengano estratti i numeri 4 e 20?

c) Qual è la probabilità che vengano estratti tutti numeri pari?

d) Siano X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 i numeri estratti nelle 5 estrazioni. Sia $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$. Calcolare $\mathbf{P}(Y)$.

Brutta copia

2) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta

$$p(x, y) = \begin{cases} Kx^2 + y^3 & \text{per } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

dove K è la costante di normalizzazione.

- a) Calcolare K .
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X), \mathbf{P}(Y)$.
- c) Calcolare $\sigma^2(X), \sigma^2(Y)$.
- d) Calcolare $\mathbf{cov}(X, Y)$.

Brutta copia

3) I numeri aleatori X_1, X_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{18}\right)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-1)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 2 numeri aleatori: $X_1 = 0.8, X_2 = 1.4$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare la previsione e la varianza a posteriori di Θ .

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{5}, \quad \rho_2 = \frac{1}{5}, \quad \rho_3 = \frac{2}{5}, \quad \rho_4 = \frac{1}{5}.$$

- Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 2)$.
- Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.
- Dire se esistono e in caso positivo calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{2,4}^{(n)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}(X_n = 1)$$

Brutta copia