

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica  
Corso di Laurea in Informatica per il Management  
Martedì 10 settembre 2014

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)  
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a  
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il  
numero di matricola.

Firma

1) Un'urna contiene 6 palline di cui una blu, due rosse e tre verdi. Vengono estratte dall'urna due palline senza reimbussolamento. Siano  $X$  e  $Y$  rispettivamente il numero delle palline rosse e verdi estratte.

- a) Calcolare  $\mathbf{P}(X)$  e  $\mathbf{P}(Y)$ .
- b) Calcolare  $\sigma^2(X)$  e  $\sigma^2(Y)$ .
- c) Calcolare  $\mathbf{cov}(X, Y)$  e  $(X, Y)$ .

Brutta copia

2) Il numero aleatorio  $X$  insieme dei valori possibili  $I(X) = \{-1, 0, 1, 2\}$  e distribuzione data da

$$\mathbf{P}(X = -1) = \frac{1}{10}, \quad \mathbf{P}(X = 0) = \frac{1}{5}, \quad \mathbf{P}(X = 1) = \frac{3}{10}, \quad \mathbf{P}(X = 2) = \frac{2}{5}.$$

Siano  $Y$  e  $Z$  i due numeri aleatori definiti da  $Y = 2X - 1$ ,  $Z = X^2$ .

- a) Determinare gli insiemi dei valori possibili di  $Y$  e  $Z$ :  $I(Y)$  e  $I(Z)$ .
- b) Calcolare le distribuzioni di  $Y$  e  $Z$ .

Brutta copia

3) Sia  $X$  un numero aleatorio con densità di probabilità  $p(x)$

$$p(x) = \begin{cases} K \cos x & \text{per } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Calcolare la costante  $K$ .
- b) Calcolare la funzione di ripartizione di  $X$ .
- c) Calcolare  $\mathbf{P}(X)$ .
- d) Calcolare  $\mathbf{P}(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4})$ .

Brutta copia

4) Gli eventi  $E_1, E_2, \dots$  sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio  $\Theta$  con  $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$ . La densità a priori di  $\Theta$  è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K(\theta - \theta^2) & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 5 eventi:  $E_1 = 0, E_2 = 1, E_3 = 0, E_4 = E_5 = 1$ .

- a) Calcolare la costante  $K$  e la previsione a priori di  $\Theta$ .
- b) Scrivere la densità a posteriori di  $\Theta$ .
- c) Calcolare la previsione e la varianza a posteriori di  $\Theta$ .
- d) Calcolare la probabilità a posteriori di  $\widetilde{E}_6 \widetilde{E}_7$ .

Brutta copia