

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica  
Corso di Laurea in Informatica per il Management  
Mercoledì 14 gennaio 2014

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)  
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a  
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il  
numero di matricola.

Firma

1) Un negozio vende un articolo prodotto da due fabbrica. La fabbrica  $A$  produce articoli difettosi con probabilità  $0.01$ , ognuno indipendentemente dagli altri. La fabbrica  $B$  produce articoli difettosi con probabilità  $0.02$ , , ognuno indipendentemente dagli altri. Nel negozio vi sono  $300$  articoli del prodotto, di cui  $200$  prodotti dalla fabbrica  $A$  e  $100$  prodotti dalla fabbrica  $B$ .

- a) Se si sceglie a caso un articolo fra quelli presenti nel negozio, qual è la probabilità che sia difettoso?
- b) Supponiamo che scegliendo a caso un articolo fra quelli presenti nel negozio questo sia risultato difettoso. Qual è la probabilità subordinata che sia stato prodotto dalla fabbrica  $A$ ?
- c) Viene scelto a caso un insieme di  $10$  articoli fra quelli presenti nel negozio. Sia  $X$  il numero degli articoli difettosi nell'insieme. Calcolare  $\mathbf{P}(X = 1)$ .

Brutta copia

2) La coppia di numeri aleatori  $(X, Y)$  ha valori possibili

$$I(X, Y) = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2)\}$$

e distribuzione congiunta data da

$$\mathbf{P}(X = 0, Y = 0) = \frac{1}{6}, \quad \mathbf{P}(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{8}, \quad \mathbf{P}(X = 0, Y = 2) = \frac{1}{24},$$

$$\mathbf{P}(X = 1, Y = 0) = \frac{1}{3}, \quad \mathbf{P}(X = 1, Y = 1) = \frac{1}{4}, \quad \mathbf{P}(X = 1, Y = 2) = \frac{1}{12}.$$

- a) Determinare l'insieme dei valori possibili e la distribuzione di  $U = X \vee Y$ .
- b) Determinare l'insieme dei valori possibili e la distribuzione di  $V = X \wedge Y$ .
- c) Determinare l'insieme dei valori possibili e la distribuzione di  $W = X \wedge Y$ .

Brutta copia

3) Sia  $X$  un numero aleatorio con densità di probabilità  $p(x)$

$$p(x) = \begin{cases} K \sin x & \text{per } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Calcolare la costante  $K$ .
- b) Calcolare  $\mathbf{P}(\frac{\pi}{4} \leq X \leq \frac{\pi}{2})$ .
- c) Calcolare  $\mathbf{P}(X)$ .
- d) Calcolare  $\sigma^2(X)$ .

Brutta copia

4) I numeri aleatori  $X_1, X_2, \dots$  sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio  $\Theta$  con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{50}\right)$$

La densità a priori di  $\Theta$  è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta+2)^2}{8}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori:  $X_1 = -1.8, X_2 = -2.4, X_3 = -1.6$ .

- a) Calcolare la densità a posteriori di  $\Theta$ .
- b) Calcolare la previsione e la varianza a posteriori di  $\Theta$ .



Brutta copia

Brutta copia