

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Mercoledì 15 luglio 2015

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) Un dado con le facce contrassegnate con i numeri da 1 a 6 viene lanciato tre volte. Siano X , Y e Z i risultati dei tre lanci..

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X + Y + Z = 6)$.
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X = Y = Z)$.
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X = 2Y = 3Z)$.
- d) Calcolare $\mathbf{P}(Z = X - Y)$.

Brutta copia

2) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta

$$p(x, y) = \begin{cases} Kx^2y & \text{per } 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

dove K è la costante di normalizzazione.

- a) Calcolare K .
- b) Calcolare le densità marginali di X e di Y .
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X)$ e $\mathbf{P}(Y)$.

Brutta copia

3) Gli eventi $(E_i)_{i \geq 1}$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $\mathbf{P}(E_i | \Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori $\pi_0(\theta)$ di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta(1 - \theta) & \text{per } 0 < \theta < 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi quattro eventi: $E_1 = 0, E_2 = E_3 = E_4 = 1$.

- a) Determinare K .
- b) Scrivere la densità a posteriori di Θ e calcolare la sua previsione a posteriori.
- c) Calcolare la probabilità a posteriori dell'evento $F = \tilde{E}_5 E_6$.

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{5}, \quad \rho_2 = \frac{1}{5}, \quad \rho_3 = \frac{2}{5}, \quad \rho_4 = \frac{1}{5}.$$

a) Calcolare

$$p_{1,3}^{(2)} \quad p_{2,2}^{(2)}$$

b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 2)$.

c) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.

Brutta copia