

Esercizi 4 di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica.
Mercoledì 6 maggio 2015

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a.....

(matricola.....)

autorizza/non autorizza(cancellare la voce che non interessa)
i docenti del corso a pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta,
usando come identificativo il numero di matricola.

1. La catena di Markov X_n , $n = 0, 1, 2, \dots$, con insieme degli stati $S = \{1, 2, 3\}$ ha la seguente matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{5}, \rho_2 = \frac{2}{5}, \rho_3 = \frac{2}{5}.$$

- (a) A quanto è uguale $p_{1,3}^{(2)}$?
- (b) A quanto è uguale $\mathbf{P}(X_2) = 3$.
- (c) Dire se esiste e, in caso positivo, calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,3}^{(n)}$.

Brutta copia

2. In un'urna vi sono 10 palline identiche di cui 6 rosse, 4 verdi.

Si effettuano 6 estrazioni senza reimbussolamento. Siano X e Y rispettivamente il numero delle palline rosse e verdi estratte.

- (a) Calcolare $\mathbf{P}(X = 3)$.
- (b) Calcolare $\mathbf{P}(Y = 3)$.
- (c) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\sigma^2(X)$.

3. Il numero aleatorio X ha valori possibili $I(X) = 0, 1, \dots$ e

$$\mathbf{P}(X = k) = \frac{3^k}{k!} e^{-3}.$$

Calcolare

- (a) $\mathbf{P}(1 \leq X \leq 3)$;
- (b) $\mathbf{P}(X)$;
- (c) $\sigma^2(X)$.

4. I numeri aleatori X , Y e Z hanno densità di probabilità congiunta

$$p(x, y, z) = K \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + yz + x + 2y - z)\right)$$

- Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\mathbf{P}(Z)$.

5. I numeri aleatori X , Y e Z hanno densità di probabilità congiunta come nel punto precedente.

- Calcolare la matrice di covarianza di

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} .$$

Brutta copia

6. Il numero aleatorio X ha distribuzione normale con parametri $m = 2$, $\sigma^2 = 9$.
- (a) Utilizzando la tavola della distribuzione normale, calcolare $\mathbf{P}(X \geq 0)$.
 - (b) Utilizzando la tavola della distribuzione normale, calcolare $\mathbf{P}(1 \leq X \leq 1.5)$.
 - (c) Calcolare $\mathbf{P}(X^2)$.