

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica  
Corso di Laurea in Informatica  
Martedì 5 luglio 2016

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)  
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a  
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il  
numero di matricola.

Firma

1) In un'urna vi sono 5 palline contrassegnate dai numeri da 1 a 5. Vengono estratte a caso 3 palline senza reimbussolamento. Sia  $X$  il massimo fra i numeri scritti sulle 3 palline estratte.

a) Calcolare  $\mathbf{P}(X = 3)$  e  $\mathbf{P}(X = 5)$ .

b) Calcolare  $\mathbf{P}(X)$  e  $\sigma^2(X)$ .

Brutta copia

2) Sia  $(X_n)_{n \geq 0}$  una catena di Markov con insieme degli stati  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ , con matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale  $\mu(1) = \mu(2) = \frac{1}{3}$  e  $\mu(3) = \mu(4) = \frac{1}{6}$ .

- a) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati e i relativi periodi.
- b) Calcolare  $\mathbf{P}(X_2 = 1)$ .
- c) Calcolare

$$p_{1,3}^{(2)} \quad p_{3,4}^{(2)}.$$

Brutta copia

3) I numeri aleatori  $X, Y$  hanno densità congiunta  $p(x, y)$

$$p(x, y) = \begin{cases} K & \text{per } 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2 - x. \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Calcolare  $K$ .
- a) Calcolare  $\mathbf{P}(X), \mathbf{P}(Y)$ .
- b) Calcolare  $\sigma^2(X), \sigma^2(Y), \mathbf{cov}(X, Y)$ .

Brutta copia

4) I numeri aleatori  $X_1, X_2, \dots$  sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio  $\Theta$  con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{8}\right)$$

$\mathbf{P}(E_i = 1|\Theta = \theta) = \theta$ . La densità a priori di  $\Theta$  è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-4)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori:  $X_1 = 4.2, X_2 = 3.8, X_3 = 3.6$ .

- a) Calcolare la densità a posteriori di  $\Theta$ .
- b) Calcolare previsione e varianza a posteriori di  $\Theta$ .



Brutta copia