

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 7 giugno 2016

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) In un insieme di 15 lampadine ci sono 3 lampadine difettose. Le lampadine vengono divise casualmente in tre insiemi A , B e C di 5 lampadine ognuno. Siano X , Y e Z il numero di lampadine difettose nell'insieme A , B , C rispettivamente

- a) Calcolare la probabilità che in ognuno degli insiemi vi sia una lampadina difettosa.
- b) Calcolare la probabilità che vi sia un insieme che contenga tutte e tre le lampadine difettose.
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X^2 + Y^2 + Z^2)$.

Brutta copia

2) Sia $(X_n)_{n \geq 0}$ una catena di Markov con insieme degli stati $S = \{1, 2, 3\}$, con matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale $\mu(1) = \mu(2) = \frac{1}{2}$ e $\mu(3) = 0$.

- a) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati e i relativi periodi.
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 1)$.
- c) Dire se esiste e, in caso positivo, calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_{1,3}^{(n)}.$$

Brutta copia

3) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta $p(x, y,)$

$$p(x, y) = K \exp\left(-\frac{1}{2}(3x^2 + 4y^2 + 2xy - x + y)\right)$$

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X), \mathbf{P}(Y)$.
- b) Calcolare $\sigma^2(X), \sigma^2(Y), \mathbf{cov}(X, Y)$.

Brutta copia

4) I numeri aleatori X_1, X_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{2}\right)$$

$\mathbf{P}(E_i = 1|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta+1)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori: $X_1 = -1.2, X_2 = -0.8, X_3 = -0.4$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare previsione e varianza a posteriori di Θ .

Brutta copia