Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 16 febbraio 2016

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a... (matricola..........................) autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il numero di matricola.

Firma

1) Le carte di un mazzo di 52 carte vengono distribuite ai giocatori A, B, C, D. Siano E, F, G, H gli eventi che rispettivamente A, B, C e D abbiano carte dello stesso seme (cioè tutte carte di cuori oppure tutte carte di picche ...)

a) Calcolare $\mathbf{P}(E)$, $\mathbf{P}(F)$, $\mathbf{P}(G)$, $\mathbf{P}(H)$.

b) Calcolare $\mathbf{P}(EF)$, $\mathbf{P}(EG)$, $\mathbf{P}(EH)$, $\mathbf{P}(FG)$, $\mathbf{P}(FH)$, $\mathbf{P}(GH)$.

c) Calcolare$\mathbf{P}(EFG)$, $\mathbf{P}(FGH)$, $\mathbf{P}(EGH)$, $\mathbf{P}(EFH)$.

d) Calcolare$\mathbf{P}(E \vee F \vee G \vee H)$ (cioè la probabilità che almeno uno dei giocatori abbia carte di un solo seme).

Brutta copia

2) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta

$$\pi(x,y) = \begin{cases} K & \text{per } -2 \leq x,\ -2 \leq y,\ x+y \leq 0 \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove K è la costante di normalizzazione.

a) Calcolare K.

b) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$.

c) Calcolare $\sigma^{\mathbf{2}}(X)$, $\sigma^{\mathbf{2}}(Y)$.

d) Calcolare $\mathbf{cov}(X,Y)$.

Brutta copia

3) Gli eventi $E_1, E_2, \ldots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K(1-\theta) & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 5 eventi: $E_2 = 1$ e $E_1 = E_3 = E_4 = E_5 = 0$.

a) Calcolare la costante K e la probabilità priori dell'evento $(\frac{1}{4} \leq \Theta \leq \frac{3}{4})$.

b) Scrivere la densità a posteriori di Θ.

c) Calcolarela probabilità a posteriori dell'evento $(\Theta \geq \frac{3}{4})$.

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n\geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, matrice di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{3}{4} \qquad \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \frac{1}{12}.$$

a) Calcolare

$$p^{(2)}_{2,2} \qquad p^{(2)}_{4,3}$$

b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 2)$

c) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.

Brutta copia