

Compito scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica  
Corso di Laurea in Informatica.  
Martedì 26 luglio 2016

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a.....

(matricola.....)

autorizza/non autorizza(cancellare la voce che non interessa)

i docenti del corso a pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta,  
usando come identificativo il numero di matricola.

1. Una catena di Markov  $X_0, X_1, X_2, \dots$  ha spazio degli stati  $S = \{1, 2, 3\}$ , distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{6}, \quad \rho_2 = \frac{1}{3}, \quad \rho_3 = \frac{1}{2}$$

e matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- (a) Determinare le classi di equivalenza e i loro periodi.
- (b) Calcolare  $p_{1,2}^{(2)}$ .
- (c) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,3}^{(n)}$ .

Brutta copia

2. Gli eventi  $E_1, E_2, \dots$  sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio  $\Theta$  con  $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$ . La densità a priori di  $\Theta$  è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta(1 - \theta) & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 7 eventi:  $E_1 = E_4 = E_6 = 1$ ,  $E_2 = E_3 = E_5 = E_7 = 0$ .

- (a) Calcolare  $K$ .
- (b) Calcolare la probabilità a priori  $\mathbf{P}(\frac{1}{4} \leq \Theta \leq \frac{3}{4})$ .
- (c) Calcolare la densità a posteriori di  $\Theta$ .

Brutta copia

3. I numeri aleatori  $X, Y$  hanno densità di probabilità congiunta  $p(x, y)$ :

$$p(x, y) = \begin{cases} K & \text{per } -x < y < x, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (a) Calcolare la costante  $K$ .
- (b) Calcolare le densità di probabilità marginali di  $X$  e  $Y$ .
- (c) Calcolare  $\mathbf{P}(X)$ ,  $\sigma^2(X)$  e  $\mathbf{cov}(X, Y)$ .

Brutta copia

4. Da un mazzo di 52 carte vengono distribuite ai giocatori  $A, B, C, D$  13 carte a ogni giocatore.
- (a) Qual è la probabilità ogni giocatore abbia un re e un asso.
  - (b) Qual è la probabilità che i giocatori  $A, B$  e  $C$  abbiano ognuno 4 carte di cuori.

Brutta copia