Esercizi 4 di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica.
Mercoledì 4 maggio 2016

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a.....

(matricola.....)

autorizza/non autorizza(cancellare la voce che non interessa)

i docenti del corso a pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta,
usando come identificativo il numero di matricola.

1. Una catena di Markov $X_0, X_1, X_2, \dots$ ha spazio degli stati $S = \{1, 2, 3\}$, distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{3}, \quad \rho_2 = \frac{1}{6}, \quad \rho_3 = \frac{1}{2}$$

e matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- (a) Determinare le classi di equivalenza e i loro periodi.
(b) Calcolare $p_{1,2}^{(2)}$.
(c) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,3}^{(n)}$.

2. Gli eventi $E_1, E_2, \dots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $P(E_i|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta^3 & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 7 eventi: $E_1 = E_4 = E_6 = 0$, $E_2 = E_3 = E_5 = E_7 = 1$.

- (a) Calcolare K .
- (b) Calcolare la densità a posteriori di Θ .

Brutta copia

3. Il numero aleatorio X ha distribuzione gamma di parametri $\alpha = 2$, $\lambda = 1$.

(a) Calcolare $\mathbf{P}(1 \leq X \leq 2)$.

(b) Calcolare $\mathbf{P}(X)$.

4. Da un mazzo di 52 carte vengono distribuite ai giocatori A, B, C, D 13 carte a ogni giocatore.
- (a) Qual è la probabilità che il giocatore A abbia tutte carte di cuori.
 - (b) Qual è la probabilità che il giocatore A abbia 3 assi e il giocatore B un asso.

Brutta copia

5. I numeri aleatori $X_1, X_2, \dots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{8}\right)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta+2)^2}{8}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori: $X_1 = -2.2$, $X_2 = -1.8$, $X_3 = 1.4$.

- (a) Calcolare previsione e varianza a posteriori di Θ .
- (b) Calcolare la densità a posteriori di Θ .

6. Il numero aleatorio X ha distribuzione geometrica di parametro $p = 0.3$.

Calcolare

- (a) $\mathbf{P}(X)$;
- (b) $\mathbf{P}(2 \leq X \leq 4)$;
- (c) $\mathbf{P}(X > 3)$.

Brutta copia