

Esercizi 4 di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica.
Venerdì 28 aprile 2014

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a.....

(matricola.....)

autorizza/non autorizza(cancellare la voce che non interessa)

i docenti del corso a pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta,
usando come identificativo il numero di matricola.

1. I numeri aleatori X , Y e Z hanno densità di probabilità congiunta

$$p(x, y, z) = K \exp\left(-\frac{1}{2}(4x^2 + 2y^2 + z^2 - xz - 2x + y + z)\right).$$

- Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\mathbf{P}(Z)$.

2. I numeri aleatori X , Y e Z hanno densità di probabilità congiunta come nel punto precedente.

- Calcolare la matrice di covarianza di

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

Brutta copia

3. Una catena di Markov $X_0, X_1, X_2, \dots$ ha spazio degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{3}, \quad \rho_2 = \frac{1}{6}, \quad \rho_3 = \frac{1}{4}, \quad \rho_4 = \frac{1}{4}.$$

e matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- (a) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 1)$.
- (b) Calcolare $p_{1,2}^{(2)}$.
- (c) Determinare le classi di equivalenza e i loro periodi.

Brutta copia

4. Gli eventi $E_1, E_2, \dots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta^2(1-\theta) & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 4 eventi: $E_1 = E_2 = 0, E_3 = E_4 = 1$.

- (a) A quanto è uguale K ?
- (b) A quanto è uguale la previsione a priori di Θ ?
- (c) A quanto è uguale la previsione a posteriori di Θ ?

Brutta copia

5. I numeri aleatori $X_1, X_2, \dots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{18}\right). \quad (2)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-1)^2}{8}\right). \quad (3)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori:

$$X_1 = 1.2, X_2 = 0.8, X_3 = 0.4.$$

Calcolare la previsione e la varianza a posteriori di Θ .

Calcolare la densità a posteriori di Θ .

Brutta copia