

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Mercoledì 8 febbraio 2017

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) Nell'urna A vi sono 3 palline blu, 2 palline verdi e 2 palline bianche. Nell'urna B vi sono 2 palline blu, 3 palline verdi e 4 palline bianche. Si estraggono a caso due palline, una dall'urna A e una dall'urna B .

- a) Qual'è la probabilità che fra le palline ve ne sia almeno una blu?
- b) Qual'è la probabilità che le palline estratte siano una bianca e una blu?
- c) Qual'è la probabilità che fra le palline ci sia una pallina bianca subordinatamente all'evento che ce n'è una blu.

Brutta copia

2) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta

$$p(x, y) = \begin{cases} K & \text{per } 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

dove K è la costante di normalizzazione.

- a) Calcolare K .
- b) Calcolare le densità marginali di X e di Y .
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\mathbf{P}(XY)$.

Brutta copia

3) Gli eventi $(E_i)_{i \geq 1}$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori $\pi_0(\theta)$ di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta^2(1 - \theta) & \text{per } 0 < \theta < 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi cinque eventi: $E_1 = E_4 = 0$, $E_2 = E_3 = E_5 = 1$.

- a) Determinare K .
- b) Scrivere la densità a posteriori di Θ e calcolare la sua previsione e varianza a posteriori.

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{8}, \quad \rho_2 = \frac{1}{4}, \quad \rho_3 = \frac{1}{4}, \quad \rho_4 = \frac{3}{8}.$$

a) Calcolare

$$p_{3,1}^{(2)} \quad p_{4,4}^{(2)}$$

b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 1)$.

c) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.

Brutta copia