

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Mercoledì 11 gennaio 2017

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$, con insieme degli stati $S = \{1, 2, 3\}$ ha la seguente matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\mu(1) = \frac{1}{2}, \quad \mu(2) = \frac{1}{4}, \quad \mu(3) = \frac{1}{4}.$$

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X_3 = 1)$.
- b) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi;
- c) Dire se esistono e in caso positivo calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,1}^{(n)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,2}^{(n)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,3}^{(n)}$$

Brutta copia

2) Da un mazzo di 52 carte vengono scelte a caso 13 carte. Siano X, Y, Z, U rispettivamente il numero di carte di cuori, quadri, fiori e picche fra le 13 carte.

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X = 2, Y = 3, Z = 7, U = 1)$.
- b) Calcolare la probabilità che fra le carte vi siano esattamente 2 assi, 3 re e una regina.
- c) Calcolare la probabilità che fra le 13 carte non vi siano carte di quadri e di cuori.

Brutta copia

3) Siano X, Y due numeri aleatori con distribuzione uniforme nel triangolo con vertici $(0, 3)$, $(3, 0)$, $(0, 0)$.

- a) Scrivere la funzione di densità congiunta $p(x, y)$ di X, Y .
- b) Calcolare le funzioni di densità marginali $p_1(x)$, $p_2(y)$ di X, Y .
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\sigma^2(X)$, $\sigma^2(Y)$
- d) Calcolare $\mathbf{cov}(X, Y)$.

Brutta copia

4) I numeri aleatori X_1, X_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{32}\right)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-1)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori: $X_1 = 1.2, X_2 = 0.4, X_3 = -3.1$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare previsione e varianza a posteriori di Θ .
- c) Calcolare la densità a posteriori di X_4 .

Brutta copia

Brutta copia