

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 12 settembre 2017

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

- 1) Le carte di un mazzo di 52 carte vengono distribuite in maniera casuale fra i giocatori A , B , C e D .
- a) Calcolare la probabilità che il giocatori A abbia solo carte di cuori.
 - b) Calcolare la probabilità che il giocatore A abbia esattamente tutti gli assi e tutti i re.
 - c) Calcolare la probabilità che ogni giocatore abbia esattamente un asso, un quattro, un cinque.

Brutta copia

2) Sia (X, Y) un vettore aleatorio con la seguente densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} Kxy & \text{per } 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Calcolare la costante K .
- b) Determinare la densità marginale di X e quella di Y .
- c) Dire se X e Y sono stocasticamente indipendenti.
- d) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\sigma^2(X)$, $\sigma^2(Y)$.
- e) Calcolare $\mathbf{cov}(X, Y)$.

Brutta copia

3) I numeri aleatori X_1, X_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{18}\right)$$

$\mathbf{P}(E_i = 1|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-2)^2}{8}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori: $X_1 = 1.8, X_2 = 0.4, X_3 = 2.4$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare previsione e varianza a posteriori di Θ .

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3\}$, matrice di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\mu(1) = \frac{1}{3}, \quad \mu(2) = \frac{1}{6}, \quad \mu(3) = \frac{1}{2}.$$

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 1)$ e $\mathbf{P}(X_2 = 2 | X_0 = 1)$.
- b) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.
- c) Dire se esiste e in caso positivo calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{1,2}^{(n)}.$$

Brutta copia