

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 13 febbraio 2018

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) Un dado con le facce contrassegnate con i numeri da 1 a 6 viene lanciato tre volte. Siano X , Y e Z i risultati dei tre lanci.

- a) Qual è la probabilità che $X < Y < Z$.
- b) Qual è la probabilità che X , Y e Z siano tutti dispari.
- c) Calcolare $\mathbf{P}(\min(X, Y, Z) \geq 2)$.
- d) Calcolare $\mathbf{P}(X + Y + Z = 4)$.

Brutta copia

2) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta

$$p(x, y) = \begin{cases} K & \text{per } |x| + |y| \leq 2, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove K è la costante di normalizzazione.

- a) Calcolare K .
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X), \mathbf{P}(Y)$.
- c) Calcolare $\sigma^2(X), \sigma^2(Y)$.
- d) Calcolare $\mathbf{cov}(X, Y)$.
- e) X e Y sono stocasticamente indipendenti?

Brutta copia

3) Gli eventi E_1, E_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con $\mathbf{P}(E_i|\Theta = \theta) = \theta$. La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \begin{cases} K\theta^2(1 - \theta) & \text{per } 0 \leq \theta \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si osservano i valori dei primi 5 eventi: $E_2 = 0$ e $E_1 = E_3 = E_4 = E_5 = 1$.

- a) Calcolare la costante K e la probabilità priori dell'evento $(\frac{1}{3} \leq \Theta \leq \frac{2}{3})$.
- b) Scrivere la densità a posteriori di Θ .

Brutta copia

4) Una catena di Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ ha insieme degli stati $S = \{1, 2, 3, 4\}$, matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale

$$\rho_1 = \frac{1}{3} \quad \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \frac{2}{9}.$$

a) Calcolare

$$p_{2,2}^{(2)} \quad p_{4,3}^{(2)}$$

b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 2)$

c) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati ed i loro periodi.

Brutta copia