Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Martedì 16 gennaio 2018

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) In un'urna vi sono 6 palline contrassegnate dai numeri da 1 a 6. Vengono estratte a caso 3 palline senza reimbussolamento. Sia X il massimo fra i numeri scritti sulle 3 palline estratte.

a) Calcolare $\mathbf{P}(X = 4)$ e $\mathbf{P}(X = 5)$.

b) Calcolare $\mathbf{P}(X)$ e $\sigma^2(X)$.

Brutta copia

2) Sia $(X_n)_{n \geq 0}$ una catena di Markov con insieme degli stati $S = \{1, 2, 3\}$, con matrice di transizione

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

e distribuzione iniziale $\mu(1) = \mu(2) = \frac{1}{2}$ e $\mu(3) = 0$.

- a) Dire quali sono le classi di equivalenza fra stati e i relativi periodi.
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X_2 = 1)$.
- c) Dire se esiste e, in caso positivo, calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_{1,3}^{(n)}$$

Brutta copia

3) I numeri aleatori X, Y hanno densità congiunta $p(x, y, z)$

$$p(x, y, z) = K \exp\left(-\frac{1}{2}(3x^2 + 4y^2 + z^2 + xy - yz - x + z)\right)$$

- a) Calcolare $\mathbf{P}(Z)$.
- b) Calcolare $\sigma^2(Y)$, $\mathbf{cov}(X, Z)$.

Brutta copia

4) I numeri aleatori $X_1, X_2, \dots$ sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \theta)^2}{8}\right)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta + 1)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 3 numeri aleatori: $X_1 = -1.2, X_2 = -0.8, X_3 = -0.4$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare previsione e varianza a posteriori di Θ .

Brutta copia