

Compito di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica
Corso M - Z
10 Novembre 2004

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Corso di laurea:

Firma:

1) Una segretaria ha 30 lettere, numerate da 1 a 30, e 30 buste, anch'esse numerate da 1 a 30. Per ciascuna lettera, la busta giusta è quella avente lo stesso numero della lettera. Supponiamo che la segretaria metta ciascuna lettera, a una a una, partendo dalla numero 1 fino ad arrivare alla numero 30, in una busta scelta a caso fra quelle a disposizione.

- a) Quale è la probabilità che *tutte* le lettere vengano messe nelle corrispondenti buste giuste?
- b) Quale è la probabilità che le *prime* 25 lettere vengano messe nelle corrispondenti buste giuste?
- c) Sia E_i l'evento che vale 1 se la lettera i -esima viene messa nella busta giusta. Quale è la probabilità di E_i ?
- d) Sia X il numero aleatorio che conta il numero di lettere messe nelle corrispondenti buste giuste, determinare $I(X)$ e $\mathbf{P}(X)$.
- e) Gli eventi E_1, \dots, E_{30} sono indipendenti?

Brutta copia

2) Siano X, Y, Z tre numeri aleatori stocasticamente indipendenti. Supponiamo che X abbia distribuzione binomiale di parametri $n = 2$ e $p = 1/2$, che Y abbia distribuzione binomiale di parametri $n = 4$ e $p = 1/4$ e, infine, che Z abbia distribuzione di Poisson di parametro $\lambda = 1$.

- a) Determinare $I(X + Y)$ e $I(Z - X)$.
- b) Determinare la distribuzione di $X + Y$ e quella di $Z - X$.
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X + Y)$, $\mathbf{P}(Z - X)$, $\sigma^2(X + Y)$ e $\sigma^2(Z - X)$.
- d) Calcolare $\mathbf{cov}(X + Y, Z - X)$. I numeri aleatori $X + Y$ e $Z - X$ sono indipendenti?
- e) Calcolare $\mathbf{P}(e^X)$, $\mathbf{P}(e^Z)$ e $\mathbf{P}(e^{Z-X})$.

Brutta copia

3) Un registratore funziona con esattamente 4 pile (cariche). Supponiamo che nell'istante in cui il registratore viene acceso le 4 pile siano cariche e mai state usate. Supponiamo inoltre che ciascuna pila abbia, indipendentemente dalle altre, probabilità $p = 1/3$ di scaricarsi dopo 10 ore di funzionamento. Sia X il numero aleatorio che conta le pile scariche dopo 10 ore di funzionamento del registratore.

- a) Determinare la distribuzione di X . Si tratta di una distribuzione nota?
- b) Quale è la probabilità che, dopo 10 ore di funzionamento, il registratore funzioni ancora?
- c) Sapendo che dopo 10 ore di funzionamento, il registratore smette di funzionare, quale è la probabilità (subordinata a questo evento) che si siano scaricate *esattamente* 2 pile?
- d) Dopo 10 ore di funzionamento del registratore, le eventuali pile scariche vanno sostituite. Ogni pila costa 1 euro. Quale è la spesa media?

Brutta copia