Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

PARTE 2 – Esame del 10/07/2018

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E MATLAB

1) (p. 5) Rappresentare la curva parametrica 3D avente equazione

$$C(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ \frac{1}{2}t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 4\pi].$$

Utilizzando una opportuna funzione della libreria anmglib_2.0, rappresentare inoltre il comb (grafico a pettine) della curvatura. Si completino lo script `ES1.m` e le function `c3_helix.m` e `cs3_helix.m`.

Rispondere sul foglio alla seguente domanda. Cosa si può osservare dal grafico a pettine? Ovvero, che caratteristica ha la curvatura della curva considerata?

2) (p. 6) Si consideri la superficie avente equazione parametrica

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v^2 - u^2 \\ v \end{pmatrix}, \quad (u, v) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$$

Disegnare la superficie ed il punto $P_0 = (0, 0, 0)^T$. Nel punto P_0 assegnato, calcolare e disegnare inoltre

- i vettori tangenti delle isocurve per P_0;
- il piano tangente alla superficie;
- il vettore normale.

Si completino lo script `ES2.m` e la function `s_surf.m`.

3) (p. 6) Disegnare la curva di Bézier avente punti di controllo

$$P_0 = (0.1768, 0.1768)^T, \quad P_1 = (0.7071, 1.4142)^T, \quad P_2 = (-0.7071, 1.4142)^T, \quad P_3 = (-0.1768, 0.1768)^T,$$

insieme al suo poligono di controllo. Rappresentare inoltre le tre curve di Bézier ottenute tramite rotazione intorno all'origine di angoli $\theta = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$ (si completi lo script `ES3.m`). Che continuità ha la curva di Bézier a tratti costituita dalle 4 curve (motivare la risposta)?

DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

4) (p. 5) Definire la curvatura di una curva parametrica e spiegare come si deve procedere per calcolarla. Calcolare quindi la curvatura delle seguenti curve:

- retta passante per il punto P_0 di direzione v, avente equazione $r(t) = P_0 + tv$;
- circonferenza di raggio R e centro l'origine, avente equazione $C(t) = (R\cos(t), R\sin(t))^T$.

5) (p. 6) Definire i polinomi base di Bernstein nell'intervallo $[0, 1]$ e discutere le loro proprietà. Come esempio riportare le espressioni dei polinomi base di Bernstein di grado 3 in [0, 1]. Spiegare inoltre come si definisce una curva di Bézier ed spiegare l'utilità di tali curve per la modellazione geometrica.

6) (p. 5) Descrivere l'algoritmo di de Casteljau per la valutazione di una curva di Bézier di grado 2. Utilizzando tale algoritmo valutare nel parametro $t_0 = \frac{1}{3}$ la curva di Bézier $C(t)$ avente punti di controllo

$$P_0 = (-1, -1)^T, \qquad P_1 = (0, 3)^T, \qquad P_2 = (3, -1)^T.$$

Spiegare inoltre come si calcolano i punti di controllo della derivata di una curva di Bézier e utilizzando l'algoritmo di de Casteljau calcolare $C'(t_0)$.