# Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

## **PARTE 2** – Esame del 10/07/2018

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

### ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E POV-Ray

**1**) (p. 4) Rappresentare la curva parametrica 3D avente equazione

$$C(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ \frac{1}{2}t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 4\pi].$$

Rappresentare inoltre con una sferetta rossa i punti corrispondenti ai valori di parametro $t = 0, \frac{4}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi, 4\pi$.

**2**) (p. 7) Si consideri la superficie avente equazione parametrica

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v^2 - u^2 \\ v \end{pmatrix}, \quad (u, v) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$$

Disegnare la superficie ed il punto $P_0 = (0, 0, 0)^T$. Nel punto $P_0$ assegnato, calcolare e disegnare inoltre

- i versori tangenti delle isocurve per $P_0$;
- il piano tangente alla superficie;
- il versore normale.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 15  // diagonal view
                            location  <20.0 , 10.0 , 10.0>
                            right    -x*image_width/image_height
                            look_at   <0.0 , 1 , 0.0>}
```

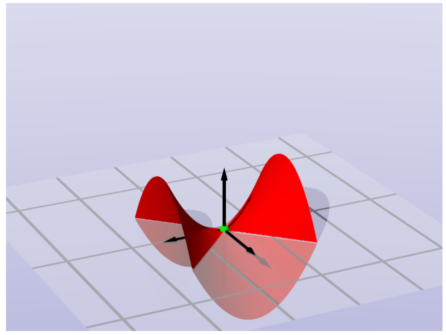

Figura 1: Superficie parametrica dell'Esercizio 2.

**3**) (p. 6) Disegnare la curva di Bézier avente punti di controllo

$$P_0 = (0,0,0)^T, \quad P_1 = (3,4,0)^T, \quad P_2 = (-3,4,0)^T, \quad P_3 = (0,0,0)^T,$$

insieme al suo poligono di controllo. Determinare inoltre (riportando i passaggi sul foglio) i punti di controllo della curva di Bézier ottenuta tramite rotazione di angolo $\pi$ intorno all'asse x e di centro l'origine. Rappresentare la curva ruotata ed il suo poligono di controllo. Che continuità ha la curva di Bézier a tratti costituita dalle 2 curve? Motivare la risposta.

## DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

**4**) (p. 5) Definire la curvatura di una curva parametrica e spiegare come si deve procedere per calcolarla. Calcolare quindi la curvatura delle seguenti curve:

- retta passante per il punto $P_0$ di direzione $v$, avente equazione $r(t) = P_0 + tv$;
- circonferenza di raggio $R$ e centro l'origine, avente equazione $C(t) = (R\cos(t), R\sin(t))^T$.

**5**) (p. 6) Definire i polinomi base di Bernstein nell'intervallo $[0,1]$ e discutere le loro proprietà. Come esempio riportare le espressioni dei polinomi base di Bernstein di grado 3 in [0, 1]. Spiegare inoltre come si definisce una curva di Bézier ed spiegare l'utilità di tali curve per la modellazione geometrica.

**6**) (p. 5) Descrivere l'algoritmo di de Casteljau per la valutazione di una curva di Bézier di grado 2. Utilizzando tale algoritmo valutare nel parametro $t_0 = \frac{1}{3}$ la curva di Bézier $C(t)$ avente punti di controllo

$$P_0 = (-1,-1)^T, \qquad P_1 = (0,3)^T, \qquad P_2 = (3,-1)^T.$$

Spiegare inoltre come si calcolano i punti di controllo della derivata di una curva di Bézier e utilizzando l'algoritmo di de Casteljau calcolare $C'(t_0)$.