Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

PARTE 2 – Esame del 15/01/2019

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E POV-Ray

1) (p. 6) Si considerino le due rette aventi equazioni parametriche

$$r_1 = \begin{pmatrix} t+2 \\ 2t+5 \\ t \end{pmatrix}, \qquad r_2 = \begin{pmatrix} -s \\ -2s+1 \\ -s-3 \end{pmatrix}.$$

Si rappresentino le rette ed il piano che le contiene.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 34   // diagonal view
                            location  <0.0 , 15.0 , 20.0>
                            right    -x*image_width/image_height
```

2) (p. 6) Si consideri la superficie parametrica di equazione

$$S(u,v) = \begin{pmatrix} \sin(u)\cos(v) \\ \sin(u)\sin(v) \\ \cos(u) \end{pmatrix}, \quad (u,v) \in [0,\pi] \times [0,2\pi],$$

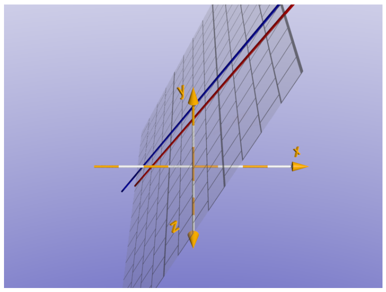
e si determinino il vettore normale ed il piano tangente nel punto $P = S(\pi/4, \pi/4)$. Si rappresentino la superficie parametrica, il punto P, il piano tangente ed il il vettore normale in P.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 18   // diagonal view
                            location  <-20.0 , 15.0 , 10.0>
                            right    -x*image_width/image_height
                            look_at   <0.0 , 1 , 0.0>}
```

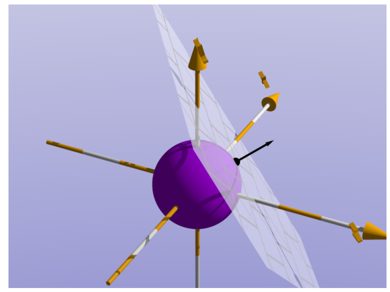
3) (p. 5) Si consideri la curva di Bézier $C(t)$ avente punti di controllo

$$P_0 = (0, 1, 2)^T, \quad P_1 = (-1, -1, 0)^T, \quad P_2 = (1, 0, 1)^T, \quad P_3 = (0, 1, 0)^T.$$

Si stabilisca di che grado è la curva e la si disegni insieme al suo poligono di controllo. Si determini inoltre il punto P della curva di parametro $t = 1/2$ e lo si visualizzi con una sferetta.



(a) Soluzione dell'Esercizio 1



(b) Soluzione dell'Esercizio 2

DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

4) (p. 6) Sia $C(t)$ l'elica cilindrica di equazione parametrica

$$C(t) = \begin{pmatrix} a\cos(wt) \\ a\sin(wt) \\ \sqrt{3}\, a\, w\, t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R},$$

dove $a, w > 0$ sono valori reali positivi.

- Determinare w in modo tale che risulti $\|C'(t)\|_2 = 1$ ed effettuare i punti successivi dopo aver sostituito il valore di w calcolato nell'equazione di $C(t)$.
- Determinare il versore tangente ed il versore normale in un generico $t \in \mathbb{R}$.
- Determinare la retta tangente in $t = 0$.
- Determinare la curvatura di $C(t)$.

5) (p. 5) Si consideri la circonferenza $C(u)$ di raggio R e centro l'origine giacente sul piano xz.

- Determinare l'equazione parametrica della superficie $S(u, v)$ generata per traslazione della circonferenza nella direzione ortogonale al piano xz, definendo l'intervallo di appartenenza di v a piacere.
- Di quale superficie si tratta? Disegnarla sul foglio.
- Calcolare inoltre e disegnare le due curve isoparametriche corrispondenti ad $u = 0$ e $v = 1$.

6) (p. 5) Una curva di Bézier piana $C(t)$ è definita dai punti di controllo:

$$P_0 = (-1, 1)^T, \quad P_1 = (0, -1)^T, \quad P_2 = (0, 0)^T, \quad P_3 = (1, 0)^T.$$

- Riportare in un grafico i punti di controllo, il poligono di controllo e la curva di Bézier.
- Determinare le equazioni parametriche della curva.
- Determinare A, punto di intersezione della curva con l'asse x per $t < 1$.