Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

PARTE 2 – Esame del 19/02/2019

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E POV-Ray

1) (p. 5) Sia data la curva di equazione parametrica

$$C(t) = \begin{pmatrix} \cos(qt)\,(3+\cos(pt)) \\ \sin(qt)\,(3+\cos(pt)) \\ \sin(pt) \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Rappresentare la curva che si ottiene per $p = 3$, $q = 5$. Inoltre, disegnare i punti $C(0)$, $C\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $C\left(\frac{3}{2}\pi\right)$ rappresentandoli con una sferetta di colore rosso, giallo e verde, rispettivamente.

2) (p. 6) Determinare l'espressione parametrica di un cono generato per rotazione intorno all'asse y del segmento di retta $\left(u, \frac{3}{4}u, 0\right)^T$, $u \in [-3, 3]$.

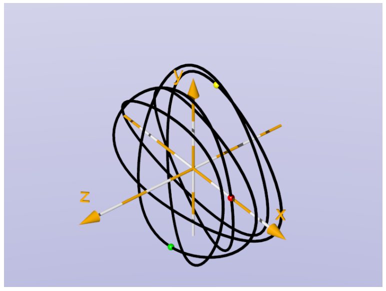
Rappresentare la superficie ottenuta, il segmento di retta e le isocurve ottenute ruotando il segmento di retta dato di angoli $\frac{2}{5}\pi$, $\frac{4}{5}\pi$, $\frac{6}{5}\pi$, $\frac{8}{5}\pi$.

3) (p. 6) Si considerino i punti 3D di coordinate

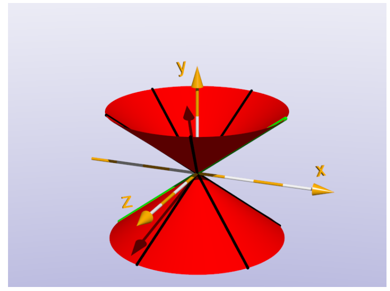
$$Q_0 = (1, 0, -1)^T, \quad Q_1 = (2, 3, 0)^T, \quad Q_2 = (0, -2, 1)^T.$$

Determinare i punti di controllo della curva di Bézier $C(t)$, $t \in [0, 1]$ che interpola i punti assegnati, in particolare tale che $C(0) = Q_0$, $C(0.5) = Q_1$ e $C(1) = Q_2$.

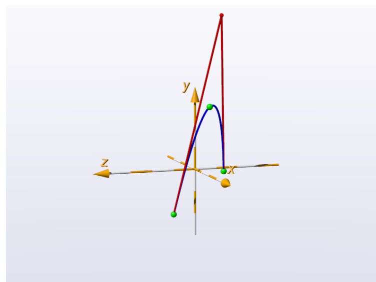
Disegnare i punti Q_0, Q_1, Q_2, la curva di Bézier $C(t)$ ed il suo poligono di controllo.



(a) Soluzione dell'Esercizio 1.



(b) Soluzione dell'Esercizio 2.



(c) Soluzione dell'Esercizio 3.

DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

4) (p. 5) Si definisca quando una curva parametrica è parametrizzata alla lunghezza d'arco.
Si consideri quindi la curva piana di equazione parametrica

$$C(t) = (\cos(t) + t\sin(t),\, \sin(t) - t\cos(t))^T\,,\ t \geqslant 0.$$

Si stabilisca se la curva è parametrizzata alla lunghezza d'arco. Qualora non lo sia, si proceda alla sua riparametrizzazione.

5) (p. 6) Si consideri la superficie di equazione parametrica:

$$S(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ -\frac{1}{5}vu(u-2)(u+2) \\ v \end{pmatrix}, \quad (u,v) \in [-4,4] \times [0,4].$$

Nel punto di parametri $(u_0, v_0) = (2,1)$ si calcolino il versore normale e l'equazione cartesiana del piano tangente.

6) (p. 5) Si consideri la curva di Bézier $C(t)$, $t \in [0,1]$, definita dai punti di controllo:

$$P_0 = (1,1)^T, \quad P_1 = (2,7)^T, \quad P_2 = (8,6)^T, \quad P_3 = (12,2)^T.$$

Rispondere alle seguenti domande:

- di che grado è la curva?
- per una curva del grado al punto precedente, si descrivano i passi dell'algoritmo di de Casteljau;
- applicando l'algoritmo di de Casteljau, si determini il valore della curva assegnata in $t = \frac{1}{4}$.